COMPLEMENTI di ANALISI MATEMATICA 04/09/2018	COGNOME e Nome firma

1. *(5 punti)* Determinare autovalori e autofunzioni del problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' + 2\lambda y' + 3y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

2. *(5 punti)* Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$xy' = 3(1 - y^2).$$

Trovare le soluzioni che soddisfano le condizioni iniziali $y(1) = 1$ e $y(1) = 0$, rispettivamente.

3. *(5 punti)* Determinare massimo e minimo di $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ in $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3\}$.

4. *(5 punti)* Provare che il sistema

$$\begin{cases} x = u^3 + v^3 \\ y = uv - v^2 \end{cases}$$

può essere risolto univocamente rispetto a (u, v) in un intorno del punto $(x_0, y_0, u_0, v_0) = (2, 0, 1, 1)$. Posto $g(x, y) = \big(u(x, y), v(x, y)\big)$, scrivere la matrice iacobiana di g in $(2, 0)$.

5. *(5 punti)* Scrivere lo sviluppo in soli seni della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 4-periodica tale che

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ (2 - x) & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Studiare la convergenza puntuale e totale della serie di Fourier ottenuta e dedurne la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

6. *(5 punti)* Stabilire il dominio della funzione $f(x, y) = |y|e^{x^2+y^2}$. Studiare poi la continuità e la differenziabilità in $(0, 0)$ e $(0, 1)$.