COMPLEMENTI di ANALISI MATEMATICA 27/06/2018	COGNOME e Nome	firma

1. *(5 punti)* Risolvere il sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x' = 4x - 8y - 2z \\ y' = -5x + 3y + 2z \\ z' = -2x + 4y + z \end{cases}$$

2.*(6 punti)* Discutere al variare di $k \in \mathbb{R}$ esistenza e unicità della soluzione del problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' + 4y' + ky = e^x \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

3.*(5 punti)* Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = xy^2(1 - x - 2y)$.

4.*(4 punti)* Provare che il sistema di equazioni

$$\begin{cases} e^x + \cos y + z - 2 = 0 \\ \log(1 + x^2) + y + 15z = 0 \end{cases}$$

definisce un'unica funzione implicita $\vec{g}(x) = (y(x), z(x))$ in un intorno del punto $P(0, 0, 0)$. Calcolare $\lim_{x\to 0} \dfrac{y(x)}{z(x)}$.

5.*(5 punti)* Calcolare le estremali del funzionale

$$J(x) = \int_0^1 \dot{x}^2 \, dt$$

con $x(0) = 1$, $x(1) = 6$ e $\displaystyle\int_0^1 x dt = 3$.

6.*(5 punti)* Stabilire il dominio della funzione $f(x, y) = \sqrt[5]{(x - 1)y^2}$ e dire se è continua nel dominio. Studiare poi la differenziabilità in $(1, 0)$ e $(2, 0)$.