COMPLEMENTI di ANALISI MATEMATICA 08/09/2016	COGNOME e Nome	Firma

1. Dopo aver determinato il dominio della funzione $f(x,y)=\dfrac{1-x^2}{\sqrt{x^2+y^2-2x+1}}$, stabilire se può essere prolungata con continuità in tutto $\mathbb{R}^2$ (calcolando $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$, dove (x_0,y_0) è un punto di frontiera del dominio di f). Dire inoltre se f ammette derivate parziali nel punto $(1,0)$.

2. Verificare che il sistema di equazioni

$$\begin{cases} \sin(x+yz)+z^2=1 \\ \cos(y-\frac{\pi}{2})+2xyz=0 \end{cases}$$

definisce implicitamente un'unica funzione $(x(z),y(z))$ in un intorno del punto $(0,0,1)$. Calcolare quindi il limite

$$\lim_{t\to 1}\frac{x(t)}{t^2-1}$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''-3y'+2y=te^{2t}+2 \\ y(0)=1, \quad y'(0)=0 \end{cases}$$

4. Determinare gli estremi assoluti della funzione $f(x,y,z)=2x^2-y^2-2z$ nell'insieme $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\,|\,x^2+y^2+z^2\le 4\}$.

5.
- Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione 2-periodica definita in $[-1,1)$ da

$$f(x)=\begin{cases} -x^2 & x\in[-1,0) \\ x^2 & x\in[0,1) \end{cases}$$

- Studiare la convergenza puntuale della serie.
- Sapendo che $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}=\frac{\pi}{4}$, calcolare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$.

6. Determinare l'integrale generale del sistema differenziale lineare omogeneo $\mathbf{U}'(t)=A\mathbf{U}(t)$, dove la matrice A è data da

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$