COMPLEMENTI di ANALISI MATEMATICA 18/07/2018	COGNOME e Nome firma

1. (*5 punti*) Risolvere il sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = x + 2y + z \\ z' = -x + 2z \end{cases}$$

2.(*5 punti*) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + (1-2x)y = x^2 e^{x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

specificando l'intervallo di esistenza della soluzione e la sua regolarità.

3.(*5 punti*) Determinare gli estremi assoluti della funzione $f(x,y) = x^2y - y^2 + 3$ in $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 - 1 \leq y \leq 1\}$.

4.(*5 punti*) Provare che l'equazione $\sin(x^2 + y^2 + 2x) + y\log(1 + z^2) = 0$ definisce un'unica funzione implicita $g(y,z)$ in un intorno del punto $(0,0,0)$. Scrivere lo sviluppo di MacLaurin del secondo ordine di g.

5.(*5 punti*) Calcolare le estremali del funzionale

$$J(x) = \int_0^1 \left(e^{-2t}(\dot{x}^2 + x^2) - e^{-2t}x\dot{x} \right) dt$$

con $x(0) = 1$.

6.(*5 punti*) Stabilire il dominio della funzione $f(x,y) = |x(y-2)|$ e dire se è continua nel dominio. Studiare poi la differenziabilità in $(1,0)$, $(0,2)$ e $(0,1)$.