**Esercizi per il 27/11/19**

1. Per ciascuna delle seguenti funzioni $f$, verificare che è invertibile nell'intervallo dove è assegnata. Denotata con $g$ la sua inversa, calcolare la derivata prima di $g$ nel punto indicato (*usando opportunamente il teorema di derivazione della funzione inversa*).
   - $f(x) = e^{2x} + x^3$, $x \in \mathbb{R}$; $g'(1)$.
   - $f(x) = x\log(x)$, $x \geq 1$; $g'(0)$.
   - $f(x) = 3x + \log(x)$, $x > 0$; $g'(3)$.

2. Dire se le seguenti funzioni
$$e^{-|x|}, \qquad x|x|, \qquad \sin\sqrt{|x|}$$
sono derivabili in $x = 0$. In caso negativo, classificare 0 come punto di non derivabilità.

3. Determinare il massimo e il minimo assoluti di $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, in $[0,1]$, dopo averne giustificato l'esistenza.

4. Studiare la continuità e la derivabilità della funzione
$$f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & x \geq 0 \\ |1+x|-1 & x < 0. \end{cases}$$

5. Sia $f$ una funzione derivabile in $\mathbb{R}$ tale che $f'(1) = 5e$. Calcolare $g'(e)$, dove $g(x) = f(\log x)$.

6. Determinare i punti di massimo e minimo, stabilendo se locali e/o globali, di
   a) $f(x) = \log(x+1) + \frac{2}{x-3}$.
   b) $f(x) = \frac{-4x}{3x^2+1}$.

7. Calcolare le derivate, precisandone il dominio, di
   a) $\ln\left(\dfrac{x^2+1}{2x+3}\right)$
   b) $x^2\ln(\cos x)$
   c) $(\sin x)^{\cos x}$
   d) $x\cos(\sin(3x))$

8. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f$ nel punto di ascissa $x_0$:
   a) $f(x) = \sin(2x)$, $x_0 = \pi/3$;
   b) $f(x) = \ln(1+x^2)$, $x_0 = 1$.

9. Dare una stima asintotica di $f(x)$ per $x \to x_0$ con una funzione del tipo $a(x - x_0)^\alpha$:

a) $f(x) = \dfrac{e^{x^2}(\ln x)(e^{x-1} - 1)^{\frac{1}{3}}}{(x^2 - 1)^2}, \quad x_0 = 1$

b) $f(x) = \dfrac{1 - \cos^2 x}{\sqrt{x^2 \sin^2 x}}, \quad x_0 = 0$

c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{e^x - e^3}, \quad x_0 = 3$