

Esercizi per il 18/11/19

1. Provare che l'equazione $x^4 - 5x + \sin x - 4 = 0$ ammette almeno una soluzione positiva e almeno una soluzione negativa.

2. Determinare eventuali asintoti della funzione $f(x) = \frac{x^3 + 2}{e^x + x^2}$.

3. Studiare la continuità delle funzioni

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{\ln(x^2 + 1)} & x > 0 \\ \frac{2x^2 + x^3}{(x-1)^2} & x \leq 0 \end{cases} \quad f_2(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \leq 0 \\ \frac{(5x^3 - 2 \sin x^3) \ln(x+2)}{3x^3} & x > 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se le seguenti funzioni ammettono prolungamento continuo a \mathbb{R}

$$\frac{x \cos x}{|x|}; \quad 2^{\frac{1}{x}} \sin x; \quad x \sin \frac{1}{x}; \quad x \log |x|.$$

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

- | | |
|--|---|
| (a) Se f è continua in (a, b) allora f è limitata in (a, b) . | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| (b) Se f è illimitata in $[a, b]$ allora f ammette almeno un punto di discontinuità. | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| (c) Se f è monotona allora f è continua. | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| (d) Se f è monotona e limitata allora f è continua. | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| (e) Se f è continua in \mathbb{R} e limitata allora f ammette massimo e minimo. | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| (f) Se f è continua in c allora f è limitata definitivamente per $x \rightarrow c$. | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| (g) Se esiste finito il $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ allora f è continua in c . | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |

6. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \log(1 + x^2) & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

è continua (da destra) in 0.

7. Calcolare i seguenti limiti.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(2 - \cos x)}{(1 + x^2) \sin^2 x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sin^2 x \log x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x e^{\frac{1}{x}}}{e^{-x} + x \log x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \sin x)^{\cot x}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\log x}$