

Esercizi per il 21/10/19

1. Determinare il dominio delle seguenti funzioni

(a) $\arcsin\left(\frac{x+1}{x}\right)$

(b) $\arctan\left(\frac{1}{x-3}\right)$

(c) $\sqrt{|x-4|}$

(d) $\frac{1}{\sqrt[3]{1-|x+6|}}$

(e) $2^{\frac{1}{x^2-4}}$

(f) $\frac{x}{x^2+5}$

(g) $\ln(1+e^x)$

(h) $\cosh\left(\frac{1}{x}\right)$

2. Dire quali tra le seguenti funzioni sono pari o dispari

(a) $\ln(1-x^2)$

(b) $2^{\sin x}$

(c) 3^{x-x^2}

(d) $\arctan(x^3)$

(e) $\sinh(x^2)$

(e) $\tanh\left(\frac{1}{x}\right)$

3. Disegnare il grafico qualitativo delle seguenti funzioni potenza:

$$x^{-\frac{1}{2}}, x^4, x^{-3}, x^{\frac{4}{3}}, x^{\frac{1}{6}}, x^{\sqrt{3}}, x^{\frac{7}{2}}, x^{-e}$$

4. Disegnare il grafico qualitativo delle seguenti funzioni, partendo da quello delle funzioni elementari ed effettuando opportune operazioni sui grafici.

(a) $|\arctan x|$

(b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$

(c) $\log_{\frac{1}{2}}(1-|x|)$

(d) $\sinh(x+4)$

(e) $1 - \cosh x$

(f) $3 \cos(2x)$

(g) $\sqrt{(x-1)^2}$

(h) $|2^x - 1|$

(i) $\log_3(x^5)$

5. Disegnare il grafico di $f(x)$ pari, periodica di periodo 2, tale che $f(x) = x^2$, $x \in [0, 1]$. E poi quello di $g(x)$, dispari, periodica di periodo 2, tale che $g(x) = \sqrt{x}$, $x \in [0, 1[$ e $g(1) = 0$.

6. Scrivere $f \circ g$ e $g \circ f$, precisando i domini

(a) $f(x) = \ln x$, $g(x) = 1 + 7x^2$

(b) $f(x) = \arctan x$, $g(x) = \ln(1 + x^2)$

(c) $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = \sin(x) + 4$

(d) $f(x) = \frac{7x}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{2-x}$

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

(a) Se f è pari allora f non è invertibile V F

(b) Se f è dispari allora f è invertibile V F

(c) Se f è strettamente crescente allora f è invertibile V F

(d) Se f è invertibile allora f è strettamente monotona V F

(e) Se f è decrescente allora $f \circ f$ è crescente V F

(f) Se f è invertibile e limitata allora anche f^{-1} è limitata V F

(g) Se f è periodica allora f è limitata V F

(h) Se f è periodica allora $f \circ f$ è periodica V F

(i) Se f è invertibile e dispari allora anche f^{-1} è dispari V F

8. Disegnare il grafico qualitativo delle seguenti funzioni.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x \leq 0 \\ x + 2 & 0 < x \leq 1 \\ 4 - x^2 & x > 1 \end{cases}$$

9. Siano $f(x) = x^2$ e $g(x) = x$. Disegnare il grafico qualitativo delle seguenti funzioni:

$$h(x) = \min\{f(x), g(x)\}, \quad k(x) = \max\{h(x), 0\}, \quad l(x) = \max\{-h(x), 0\}$$

10. Determinare le funzioni inverse di $f(x) = 1 + \ln(x - 4)$ e $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$, precisandone il dominio. Calcolare $f^{-1}(1)$ e $g^{-1}(3)$.