Esercizi per il 9/1/20

1. Stabilire la natura del punto $x=1$ per la funzione
$$F(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_1^x \frac{e^t-1}{t}dt & x>1\\ x-1 & x\le 1\end{cases}$$

2. Calcolare il
$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{3x^8}\int_0^x t\sin(t^7)dt.$$

3. Determinare i massimi e i minimi locali della funzione
$$F(x)=\int_0^{2x+1}\frac{t^2+t}{\ln(2+t^2)}dt.$$

4. Dire se la funzione
$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_2^x \frac{\ln(1+t)}{t}dt & x>2\\ 2x-4 & x\le 2\end{cases}$$
è continua e derivabile in $x_0=2$.

5. Dire se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti.
   (a) $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\ln(1+3x)}{x^2}dx$
   (b) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx$
   (c) $\displaystyle\int_0^{1}\frac{\sqrt{\sin x}}{x+\arctan x}dx$
   (d) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{x^5}{2+e^x}dx$
   (e) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{x^2}{(3+5x^5)\arctan(x^{3/2})}dx$
   (f) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\cos(x)\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)dx$

6. Dire per quali α converge ciascuno dei seguenti integrali generalizzati.
   (a) $\displaystyle\int_0^{2}\frac{1}{x^\alpha\sqrt{4-x^2}}dx$
   (b) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{x-1}{(x^2-2x+2)^\alpha}dx$