

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003

Prova scritta del 31.1.2003

Compito A

Esercizio 1. In uno spazio euclideo tridimensionale è fissato un riferimento ortonormale $Oxyz$.

1. Scrivere un'equazione cartesiana del piano mediano π del segmento di estremi $P_1(1, 2, 3)$ e $P_2(-1, 2, -1)$.
2. Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per $P_3(2, -1, 0)$ e $P_4(3, 2, 2)$.
3. Scrivere un'equazione della sfera S di centro nel punto $P_5 = \pi \cap r$ e tangente al piano $x + y + z = 2$.
4. L'intersezione tra S e π è una circonferenza C . Dire se il punto $P_6(4, -1, -1)$ è situato all'interno del cerchio delimitato da C nel piano π , all'esterno di esso o sulla stessa circonferenza C .

Punti (2+1+2+2)

Esercizio 2. Si consideri la seguente matrice X_t dipendente da un parametro reale t :

$$X_t = \begin{pmatrix} -t & 1 & 1 \\ t & t & -t^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valori del parametro reale X_t è diagonalizzabile sui reali.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di X_1 .

Punti (5+5)

Esercizio 3. Siano A e B matrici reali di ordine 3 di rango 1 indipendenti: $A \neq c \cdot B$, $c \in \mathbb{R}$.

Vero o Falso :

- a) $A - B$ può essere invertibile ;
- b) $A - B$ ha sempre rango 2;
- c) se B è diagonalizzabile allora la sua traccia non è nulla;
- d) per qualche costante $c \in \mathbb{R}$ $A - c \cdot B$ la matrice può avere come autovalore (complesso) $1 - i$.

Punti (2+2+2+2)

Esercizio 4. Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $F(1, 1, 0) = (2, 0, 2, 0)$, $F(5, 3, 1) = (10, 0, 6, 2)$ e $F(0, 1, 1) = (0, 0, 2, 2)$.

- a) Trovare la matrice A associata ad F nelle basi canoniche di \mathbb{R}^3 ed \mathbb{R}^4 .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di F .

Punti (3+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003
Seconda prova scritta del 31.1.2003

Compito A

Esercizio 1. In uno spazio euclideo tridimensionale è fissato un riferimento ortonormale $Oxyz$.

1. Scrivere un'equazione cartesiana del piano mediano π del segmento di estremi $P_1(1, 2, 3)$ e $P_2(-1, 2, -1)$.
2. Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per $P_3(2, -1, 0)$ e $P_4(3, 2, 2)$.
3. Scrivere un'equazione della sfera S di centro nel punto $P_5 = \pi \cap r$ e tangente al piano $x + y + z = 2$.
4. L'intersezione tra S e π è una circonferenza C . Dire se il punto $P_6(4, -1, -1)$ è situato all'interno del cerchio delimitato da C nel piano π , all'esterno di esso o sulla stessa circonferenza C .

Punti (3+1+3+3)

Esercizio 2. Si consideri la seguente matrice X_t dipendente da un parametro reale t :

$$X_t = \begin{pmatrix} -t & 1 & 1 \\ t & t & -t^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valori del parametro reale X_t è diagonalizzabile sui reali.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di X_1 .

Punti (6+6)

Esercizio 3. Siano A e B matrici reali di ordine 3 di rango 1 indipendenti: $A \neq c \cdot B$, $c \in \mathbb{R}$.

Vero o Falso :

- a) $A - B$ può essere invertibile ;
- b) $A - B$ ha sempre rango 2;
- c) se B è diagonalizzabile allora la sua traccia non è nulla;
- d) per qualche costante $c \in \mathbb{R}$ $A - c \cdot B$ la matrice può avere come autovalore (complesso) $1 - i$.

Punti (2+2+2+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003

Prova scritta del 31.1.2003

Compito B

Esercizio 1. In uno spazio euclideo tridimensionale è fissato un riferimento ortonormale $Oxyz$.

1. Scrivere un'equazione cartesiana del piano mediano π del segmento di estremi $P_1(2, 1, 1)$ e $P_2(4, -3, 1)$.
2. Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per $P_3(1, -2, 1)$ e $P_4(3, 0, 2)$.
3. Scrivere un'equazione della sfera S di centro nel punto $P_5 = \pi \cap r$ e tangente al piano $x - y - z = 0$.
4. L'intersezione tra S e π è una circonferenza C . Dire se il punto $P_6(2, -2, 1)$ è situato all'interno del cerchio delimitato da C nel piano π , all'esterno di esso o sulla stessa circonferenza C .

Punti (2+1+2+2)

Esercizio 2. Si consideri la seguente matrice X_t dipendente da un parametro reale t :

$$X_t = \begin{pmatrix} -t & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ t & -t^2 & t \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valori del parametro reale X_t è diagonalizzabile sui reali.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di X_1 .

Punti (5+5)

Esercizio 3. Siano A e B matrici reali di ordine 3 di rango 1 indipendenti: $A \neq c \cdot B$, $c \in \mathbb{R}$.

Vero o Falso :

- a) $A + B$ può essere invertibile ;
- b) $A + B$ ha sempre rango 2;
- c) se A è diagonalizzabile allora la sua traccia non è nulla;
- d) per qualche costante $c \in \mathbb{R}$ $A - c \cdot B$ la matrice può avere come autovalore (complesso) $1 + i$.

Punti (2+2+2+2)

Esercizio 4. Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $F(1, 1, 0) = (2, 0, 2, 0)$, $F(5, 3, 1) = (10, 0, 6, 2)$ e $F(0, 1, 1) = (0, 0, 2, 2)$.

- a) Trovare la matrice A associata ad F nelle basi canoniche di \mathbb{R}^3 ed \mathbb{R}^4 .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di F .

Punti (3+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003
Seconda prova scritta del 31.1.2003

Compito B

Esercizio 1. In uno spazio euclideo tridimensionale è fissato un riferimento ortonormale $Oxyz$.

1. Scrivere un'equazione cartesiana del piano mediano π del segmento di estremi $P_1(2, 1, 1)$ e $P_2(4, -3, 1)$.
2. Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per $P_3(1, -2, 1)$ e $P_4(3, 0, 2)$.
3. Scrivere un'equazione della sfera S di centro nel punto $P_5 = \pi \cap r$ e tangente al piano $x - y - z = 0$.
4. L'intersezione tra S e π è una circonferenza C . Dire se il punto $P_6(2, -2, 1)$ è situato all'interno del cerchio delimitato da C nel piano π , all'esterno di esso o sulla stessa circonferenza C .

Punti (3+1+3+3)

Esercizio 2. Si consideri la seguente matrice X_t dipendente da un parametro reale t :

$$X_t = \begin{pmatrix} -t & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ t & -t^2 & t \end{pmatrix}.$$

- a) Dire per quali valori del parametro reale X_t è diagonalizzabile sui reali.
- b) Calcolare autovalori e autovettori di X_1 .

Punti (6+6)

Esercizio 3. Siano A e B matrici reali di ordine 3 di rango 1 indipendenti: $A \neq c \cdot B$, $c \in \mathbb{R}$.

Vero o Falso :

- a) $A - B$ può essere invertibile ;
- b) $A - B$ ha sempre rango 2;
- c) se A è diagonalizzabile allora la sua traccia non è nulla;
- d) per qualche costante $c \in \mathbb{R}$ $A - c \cdot B$ la matrice può avere come autovalore (complesso) $1 + i$.

Punti (2+2+2+2)

Corso di Geometria 1 -a. a. 2002-03 Prova scritta 31.1.2003 Risultati

Nome:

Cognome:

Nuovo ordinamento

SI

NO

COMPITO

A

B

prova completa

II prova.

ESERCIZIO 1

- a) equazione π :
- b) equazione di r :
- c) $S =$
- d) (crocettare) Interno Esterno
quad su C

ESERCIZIO 2

- a) valori di t : X_t è diagonalizzabile:
- b) autovalori autovettori

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

- a) V F
- b) V F
- c) V F
- d) V F

ESERCIZIO 4

- a) $A =$
- b) $\dim Ker =$ $\dim Im =$

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di 7 punti. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

Chi ha superato lo scritto di novembre può svolgere solo i primi 3 esercizi cioè la parte contenuta nelle pagine 2 per il compito A e 4 per il compito B (la scala dei punti è modificata).

Il compito si ritiene sufficiente se si ottengono 18/30 .