Corso di Laurea in Fisica, a.a. 2000/2001
Istruzioni per l'esame di Analisi 2

Modalità dell'esame

L'esame consiste di una prova scritta e di un colloquio orale. Scopo dello scritto è verificare la conoscenza del programma e la capacità dello studente di applicare la teoria imparata per risolvere semplici esercizi.

La votazione dello scritto è in trentesimi. È sconsigliato dalla partecipazione alla prova orale lo studente che ottiene meno di 15/30.

Scopo del colloquio orale è valutare la conoscenza degli argomenti oggetto del programma e le capacità logico-deduttive dello studente. È richiesta la conoscenza degli enunciati principali degli argomenti presenti nel programma e delle dimostrazioni dei teoremi indicati con un asterisco. È inoltre auspicabile la capacità di sviluppare semplici ragionamenti sui teoremi studiati, valutando di volta in volta l'importanza delle varie ipotesi con esempi e contresempi.

Lo studente può integrare a piacere la lista dei teoremi di cui è richiesta la dimostrazione.

Programma del corso

1. Serie di Fourier. *Coefficienti della serie di Fourier (*).* Convergenza puntuale della serie di Fourier. *Disuguaglianza di Bessel (*).* Convergenza uniforme della serie di Fourier. Integrabilità della serie di Fourier.

2. Spazi metrici e spazi normati. Spazi metrici. Successioni. Spazi normati. Spazi di Banach. Funzioni continue e Lipschitziane. *Teorema delle contrazioni (*).* Insiemi compatti. Teorema di Weierstraß. Teorema di Cantor–Heine. Insiemi connessi. Teorema di Ascoli–Arzelà.

3. Funzioni di più variabili reali. Continuità. Derivabilità. Differenziale. *Teorema del differenziale (*).* Funzioni composte. Derivate direzionali. *Funzioni a gradiente nullo in un aperto connesso (*). Teorema di Lagrange (*).* Polinomi di Taylor. Regolarità di funzioni definite mediante un integrale. *Massimi e minimi relativi, condizione necessaria e condizioni sufficienti (*).* Principio di massimo per funzioni armoniche. Funzioni a valori vettoriali.

4. Curve in $\mathbf{R}^n$. Curve regolari. Lunghezza di una curva. Integrale curvilineo.

5. Forme differenziali lineari. Forme differenziali di ordine n. Forme differenziali esatte. *Teorema di caratterizzazione delle forme esatte (*).* Forme chiuse. *Forme chiuse su aperti stellati di* $\mathbf{R}^n$ *(*).* Forme differenziali su aperti semplicemente connessi.

6. Misura e integrazione. Misura di Lebesgue. Funzioni misurabili secondo Lebesgue. Funzioni semplici. L'integrale di Lebesgue. *Teorema della convergenza monotona (*).* Lemma di Fatou. *Teorema della convergenza dominata (*).* Calcolo di misure. Teorema delle sezioni misurabili. Teorema di Fubini. Cambiamento di variabili negli integrali multipli.

7. Superfici in $\mathbf{R}^3$. Superfici regolari. Area di superfici. *Formule di Gauss–Green (*).* Teorema di Stokes. Teorema della divergenza.

8. Equazioni differenziali ordinarie. Problema di Cauchy. *Teorema di esistenza e unicità locale (*).* Prolungamento delle soluzioni. Esistenza in grande. Condizione sufficiente per la Lipschitzianità della f. Regolarità della soluzione. Sistemi di equazioni differenziali lineari. Equazioni lineari del primo ordine. Studio qualitativo.

9. Funzioni implicite e teorema dei moltiplicatori di Lagrange. *Teorema di Dini (*).* Funzioni invertibili. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

Totale teoremi con dimostrazione: **14**.