Corso di Laurea in Fisica, a.a. 2002/2003

Complementi di Analisi Matematica di Base
Istruzioni per l'esame

Modalità dell'esame

L'esame consiste di una prova scritta e di un colloquio orale. Scopo dello scritto è verificare la conoscenza del programma e la capacità dello studente di applicare la teoria imparata per risolvere semplici esercizi.

Scopo del colloquio orale è valutare la conoscenza degli argomenti oggetto del programma e le capacità logico-deduttive dello studente. È richiesta la conoscenza degli enunciati principali degli argomenti presenti nel programma e delle dimostrazioni dei teoremi indicati con un asterisco. È inoltre auspicabile la capacità di sviluppare semplici ragionamenti sui teoremi studiati, valutando di volta in volta l'importanza delle varie ipotesi con esempi e contresempi.

Lo studente può integrare a piacere la lista dei teoremi di cui è richiesta la dimostrazione.

Di norma la prova orale viene svolta subito dopo lo scritto.

Programma del corso

1. Successioni e serie di funzioni. Successioni di funzioni. Convergenza puntuale e uniforme: *limitatezza (*)*, *continuità (*)* e *integrabilità (*)*. Derivabilità. Serie di funzioni. Criterio di Weierstraß.

2. Serie di potenze. Serie di potenze: il raggio di convergenza. Relazioni tra serie di potenze e serie di Taylor.

3. Serie di Fourier. *Coefficienti della serie di Fourier (*)*. Convergenza puntuale della serie di Fourier. Convergenza uniforme della serie di Fourier.

4. Forme differenziali lineari. Forme differenziali. Forme esatte. Ricerca del potenziale. *Forme chiuse (*)*. Forme chiuse su domini stellati. Domini semplicemente connessi.

5. Integrazione secondo Lebesgue. Numerabilità, somme numerabili. Misura esterna, insiemi trascurabili. Definizione di integrale di Lebesgue e sua giustificazione (senza dimostrazioni). Proprietà elementari dell'integrale di Lebesgue (linearità, monotonia, ecc.). *Teorema di Beppo Levi (*)*. *Teorema di Lebesgue (*)*. Integrali infiniti, funzioni misurabili, integrabili, sommabili. Estensione del teorema di Beppo Levi al caso di integrali che possono essere infiniti. Unioni crescenti e unioni disgiunte. Calcolo degli integrali di funzioni non limitate e/o su domini non limitati. Integrabilità in senso improprio e confronto con l'integrabilità nel senso di Lebesgue. Cenni sulla misura di Lebesgue e sulle sue proprietà principali (sigma-additività).

6. Richiami su curve e superfici. Definizione di curva in R^N. Curve in R^2 che "sono" grafici di una funzione di una variabile. Vettore tangente. Richiami sulla lunghezza di una curva e sugli integrali di linea. Superfici in R^3. Superfici che "sono" grafici di una funzione di due variabili. Vettori tangenti e spazio tangente. Vettori normali. Richiami sull'area di una superficie e sugli integrali superficiali.

7. Funzioni implicite. *Teorema delle funzioni implicite in R^2 (*).* Estensione al caso di uno o due vincoli in R^3. Interpretazione geometrica. Regolarità e calcolo delle derivate della funzione implicita. Vettori normali alla curva o superficie definita implicitamente. Estremi vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Totale teoremi con dimostrazione: **8**.