Corso di Laurea in Fisica, a.a. 1999/2000
Istruzioni per l'esame di Analisi 2

Modalità dell'esame

L'esame consiste di una prova scritta e di un colloquio orale. Scopo dello scritto è verificare la conoscenza del programma e la capacità dello studente di applicare la teoria imparata per risolvere semplici esercizi.

La votazione dello scritto è in trentesimi. È sconsigliato dalla partecipazione alla prova orale lo studente che ottiene meno di 15/30.

Scopo del colloquio orale è valutare la conoscenza degli argomenti oggetto del programma e le capacità logico-deduttive dello studente. È richiesta la conoscenza degli enunciati principali degli argomenti presenti nel programma e delle dimostrazioni dei teoremi indicati con un asterisco. È inoltre auspicabile la capacità di sviluppare semplici ragionamenti sui teoremi studiati, valutando di volta in volta l'importanza delle varie ipotesi con esempi e contresempi.

Lo studente può integrare a piacere la lista dei teoremi di cui è richiesta la dimostrazione.

Programma del corso

1. Serie di Fourier. *Coefficienti della serie di Fourier (*).* Convergenza puntuale della serie di Fourier. *Disuguaglianza di Bessel (*).* Convergenza uniforme della serie di Fourier. Integrabilità della serie di Fourier.

2. Spazi metrici e spazi normati. Spazi metrici. Successioni. Spazi normati. Spazi di Banach. Funzioni continue e Lipschitziane. *Teorema delle contrazioni (*).* Insiemi compatti. *Teorema di Weierstraß (*).* Teorema di Cantor–Heine. Insiemi connessi. Teorema di Ascoli–Arzelà.

3. Funzioni di più variabili reali. Continuità. Derivabilità. Differenziale. *Teorema del differenziale (*).* Funzioni composte. Derivate direzionali. *Funzioni a gradiente nullo in un aperto connesso (*).* Teorema di Lagrange. Polinomi di Taylor. Regolarità di funzioni definite mediante un integrale. *Massimi e minimi relativi, condizione necessaria e condizioni sufficienti (*).* Principio di massimo per funzioni armoniche. Funzioni a valori vettoriali.

4. Equazioni differenziali ordinarie. Problema di Cauchy. *Teorema di esistenza e unicità locale (*).* Prolungamento delle soluzioni. Esistenza del prolungamento massimale.

Esistenza in grande. Condizione sufficiente per la Lipschitzianità della f. Regolarità della soluzione. Sistemi di equazioni differenziali lineari. *Equazioni lineari del primo ordine (*).* Il Wronskiano. Studio qualitativo.

5. Curve in $\mathbf{R}^n$. Curve regolari. Lunghezza di una curva. Integrale curvilineo. Curve in $\mathbf{R}^2$ e $\mathbf{R}^3$.

6. Misura e integrazione. Misura di Peano–Jordan. Misura di Lebesgue. Integrale di Riemann. Funzioni misurabili secondo Lebesgue. Funzioni semplici. L'integrale di Lebesgue. Teorema della convergenza monotona. Lemma di Fatou. *Teorema della convergenza dominata (*).* Calcolo di misure. Teorema delle sezioni misurabili. Teorema di Fubini. Cambiamento di variabili negli integrali multipli.

7. Superfici in $\mathbf{R}^3$. Superfici regolari. Area di superfici. Teorema di Stokes. Teorema della divergenza.

8. Forme differenziali lineari. Forme differenziali di ordine n. Forme differenziali esatte. *Teorema di caratterizzazione delle forme esatte (*).* Forme chiuse. *Forme chiuse su aperti stellati di* $\mathbf{R}^n$ *(*). Formule di Gauss-Green (in insiemi normali) (*).* Forme differenziali su aperti semplicemente connessi.

9. Funzioni implicite e teorema dei moltiplicatori di Lagrange. *Teorema di Dini (*).* Funzioni invertibili. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

Totale teoremi con dimostrazione: **14**.