Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2017/2018

Analisi Numerica 2
Istruzioni per l'esame

Modalità dell'esame

L'esame consiste in un colloquio orale. Lo studente deve presentare prima del colloquio una breve relazione su un argomento svolto in laboratorio (Matlab).

È richiesta la conoscenza degli enunciati principali di tutti gli argomenti presenti nel programma. Lo studente sceglie inoltre **almeno dieci argomenti** per i quali approfondisce maggiormente tutti i dettagli (**dimostrazioni**). L'esame valuterà in particolare la capacità dello studente nel classificare i problemi e nell'individuare gli algoritmi numerici idonei alla loro risoluzione.

Programma del corso

1. Analisi degli errori. Fonti di errore nel calcolo scientifico. Buona posizione e condizionamento di un problema. Numero di condizionamento assoluto e relativo. Analisi di un problema approssimato: consistenza, consistenza forte. Analisi di un problema approssimato: stabilita', condizionamento, convergenza. Analisi a priori e a posteriori. Rappresentazione dei numeri nel calcolatore. Sistema posizionale, rappresentazione fixed point. Aritmetica IEEE, arrotondamenti. Operazioni floating point. Fenomeno della cancellazione: analisi all'indietro.

2. Equazioni non lineari e ottimizzazione. Ordine di un metodo. Condizionamento della ricerca di zeri di funzioni. Radici multiple. Il metodo di bisezione. Metodi di tipo Newton: corde, secanti, regula falsi. Metodo di Newton. Metodi di punto fisso. Iterazioni di punto fisso Il metodo di Newton come metodo di punto fisso. Radici multiple e modifica del metodo di Newton. Convergenza locale e convergenza di ordine superiore al primo per metodi di punto fisso. Influenza degli errori di arrotondamento nelle iterazioni di punto fisso. Criteri di arresto (residuo e incremento). Metodo di Newton per sistemi. Radici di polinomi: rappresentazione di Horner, divisione sintetica.

3. Approssimazione di funzioni e di dati. Interpolazione polinomiale: basi di Lagrange. Analisi dell'errore nell'interpolazione di Lagrange. Esempio di Runge. Miglior approssimazione: costante di Lebesgue. Nodi di Chebyshev. Differenze divise di Newton per la costruzione del polinomio di interpolazione. Proprietà e calcolo delle differenze divise. Interpolazione polinomiale composita: spline. Il concetto di unisolvenza e gradi di libertà. Spline del terz'ordine: costruzione. Spline del terz'ordine: proprietà di minimo dell'energia. Il problema generale dell'interpolazione. Interpolazione in più dimensioni. Approssimazione del senso dei minimi quadrati. Esistenza, unicità; sistema delle equazioni normali. Introduzione al polinomi ortogonali. Zeri dei polinomi ortogonali. Polinomi di Legendre e polinomi di Chebyshev.

4. Integrazione numerica. Formule di Newton–Cotes. Formula del punto medio, dei trapezi, di Cavalieri–Simpson. Formule semplici e formule composite, grado di precisione, formule per l'errore. Integrazione automatica: metodo di Cavalieri–Simpson adattivo. Formule di Gauss. Formula di Gauss a due punti. Teorema di Jacobi.

5. Approssimazione di equazioni differenziali. Condizionamento del problema. Il metodo di Eulero esplicito: analisi e propagazione degli errori. Cenni sull'adattività per Eulero esplicito. Analisi astratta dei metodi espliciti a un passo: consistenza e 0-stabilità. Lemma di Gronwall discreto: convergenza dei metodi espliciti a un passo. Il metodo di Eulero implicito. Il ϑ-metodo. Regioni di assoluta stabilità. A-stabilità. Analisi di consistenza per Crank–Nicolson. Predictor-corrector e metodo di punto fisso per la soluzione di problemi impliciti. La formula di Heun. I metodi Runge–Kutta. Tabella di Butcher. Metodi multistep lineari. Metodi BDF. Medodi di tipo Adams (Adams–Bashforth e Adams–Moulton). Condizione di consistenza per metodi multistep. Richiami su equazioni alle differenze. 0-stabilità per metodi multistep: la condizione delle radici.

Totale argomenti con dimostrazioni: **almeno dieci** a scelta dello studente.