Metodi Numerici con Laboratorio di Informatica - A.A. 2015-2016
Esercizi Laboratorio n° 3 - Formule di Integrazione

Esercizio 1.
Si vuole approssimare numericamente l'integrale

$$I = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

usando le formule di quadratura composite viste a lezione.

- Scrivere la function `ptomedioc.m` che implementa la formula di quadratura del punto medio composita su `N` intervalli equispaziati, la cui sintassi sarà
`function I = ptomedioc(f,a,b,N)`.
- Scrivere la function `trapezic.m` che implementa la formula di quadratura del trapezio composita su `N` intervalli equispaziati, la cui sintassi sarà
`function I = trapezic(f,a,b,N)`.
- Scrivere la function `simpsonc.m` che implementa la formula di quadratura di Cavalieri-Simpson composita su `N` intervalli equispaziati, la cui sintassi sarà
`function I = simpsonc(f,a,b,N)`.
- Testare le function implementate calcolando i seguenti integrali

$$\int_{-1}^{2} x^4\,\mathrm{d}x = \frac{33}{5}, \qquad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 2, \qquad \int_0^1 e^x\,\mathrm{d}x = e - 1.$$

Esercizio 2.
Scrivere uno script per valutare, al variare del numero di sottointervalli e del metodo usato, l'errore di integrazione commesso per calcolare

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{x}{2\pi}\,\sin(x)\,\mathrm{d}x = -1. \tag{1}$$

Conoscendo il valore esatto I dell'integrale (1), si indichi con $E_N = |I_f - I_N|$ il valore assoluto dell'errore di integrazione. Riportare su un grafico, con entrambi gli assi in scala logaritmica, l'andamento dell'errore al variare del numero di sottointervalli utilizzando le formule di quadratura implementate. Verificare che ci sia accordo con i risultati teorici per ciascuno dei tre metodi utilizzati.

Traccia dell'esercizio

1. Assegnare la funzione `f`, gli estremi dell'intervallo `a` e `b` ed il valore esatto dell'integrale `If`.
2. Assegnare il vettore `N=[10,20,40,80,160,320,640]`.
3. Per ciascun valore di `N` (`for i=1:length(N)`)
   - calcolare il valore dell'integrale approssimato con ciascun metodo `Ipm`, `It` e `Ics`
   - calcolare l'errore `Epm(i)=abs(If-Ipm)`, `Et(i)=abs(If-It)` e `Ecs(i)=abs(If-Ics)`
4. Plottare gli errori in scala logaritmica confrontandoli con le stime teoriche:

   ```
   loglog(N,Epm,N,Et,N,Ecs,N,1./N.^2,N,1./N.^4)
   legend('PM','T','CS','ordine 2','ordine 4')
   ```

5. Calcolare l'ordine dei metodi con il comando:

   ```
   ppm=(log(Epm(2:end))-log(Epm(1:end-1)))./(log(N(1:end-1))-log(N(2:end)));
   pt=(log(Et(2:end))-log(Et(1:end-1)))./(log(N(1:end-1))-log(N(2:end)));
   pcs=(log(Ecs(2:end))-log(Ecs(1:end-1)))./(log(N(1:end-1))-log(N(2:end)));
   ```