

Scritto d'esame — 8 luglio 2004

- 1.** Determinare il massimo ed il minimo assoluti, nonché i punti ove questi sono assunti, della funzione

$$f(x, y) := \arctan(x^2 + y^2)$$

sull'insieme

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy - 2y - 2x = -3\} \cap [-3, 3]^2.$$

- 2.** Calcolare il seguente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 dx \int_1^n \frac{nx^2 + 2x + 1}{ny^2 + 1} dy$$

giustificando i passaggi effettuati per arrivare alla risposta.

- 3.** Discutere la convergenza della serie di potenze

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{(k+1)2^k}$$

- 4.** Utilizzando la serie di Fourier associata alla funzione

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi < x \leq 0, \\ 1 & \text{se } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

prolungata per periodicità, dimostrare l'uguaglianza

$$\pi = 4 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$