

Scritto d'esame — 4 febbraio 2003

**1.** Dopo aver verificato che l'equazione  $e^{x-y} - y \sin x = 1$  definisce in un intorno di  $x = 0$  una sola funzione implicita  $y = y(x)$ , calcolare  $y'(0)$  e  $y''(0)$ .

**2.** Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx + y \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} + 2 \right) dy$$

definita in  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \omega$ , dove  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  è la curva data da

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 1 - t \end{cases}$$