

## ANALISI 2 — Tema d'esame del 9 marzo 2001

Per ottenere il punteggio massimo (30/30) è richiesto lo svolgimento corretto di 4 esercizi a scelta tra i seguenti. Indicare **chiaramente** gli esercizi svolti.

1. Per  $x \in \mathbb{R}$  si ponga  $g(x) = f(0, x, f(x, x, 0))$ . Sapendo che

$$f(0, 0, 0) = 1, \quad \text{grad } f(0, 0, 0) = (3, 4, 5), \quad \text{grad } f(0, 0, 1) = (6, 7, 8)$$

si calcoli  $g'(0)$ . Si discutano in particolare le ipotesi di regolarità per poter applicare il ragionamento.

2. Calcolare la media della funzione  $(x^2 + y^2)^{3/4}$  sulla spirale di equazione polare  $\rho = \exp(-9\vartheta)$ ,  $\vartheta > 0$ .

3. Calcolare i massimi e minimi assoluti della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)e^{x-y}$$

nella regione  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

4. Individuare la soluzione *periodica* del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} u'(x) = 7u(x) + 8v(x) \\ v'(x) = 4u(x) + 3v(x) \end{cases}$$

5. Calcolare il volume della regione

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 25(x + y)^2 + 4z^2 \leq 15, \ 7 \leq x \leq 13\}.$$