

ANALISI 2 — Tema d'esame del 8 marzo 2002

Per ottenere il punteggio massimo (30/30) è richiesto lo svolgimento corretto di 4 esercizi a scelta tra i seguenti. Indicare **chiaramente** quali sono i quattro esercizi svolti.

1. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} xye^{x-y} & \text{per } y > 0 \\ 0 & \text{per } y \leq 0. \end{cases}$$

Trovare l'insieme C dei punti in cui f è continua e l'insieme D dei punti in cui f è derivabile.

2. Calcolare $\int \int_T (x + \sin y) dx dy$ essendo $T = T_1 \cup T_2$, con

$$\begin{aligned} T_1 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0\}, \\ T_2 &= \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, |y| \leq \frac{2}{1+x} \right\}. \end{aligned}$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ così definita $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$. Trovare i punti stazionari e classificarli.

4. Risolvere la seguente equazione differenziale ordinaria del secondo ordine:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = x \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

5. Dire se la forma differenziale $\omega : \mathbb{R}^2 \setminus \{(1, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$, associata al campo seguente, è esatta.

$$\omega(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 2x + 1} (x - 1, y)$$