

Cognome	Nome	Firma
Corso di Laurea	N. Matricola	

Calcolo Numerico Scritto d'esame

23 giugno 2004

1. Se la soluzione esatta di un modello matematico è 15 e la soluzione ottenuta mediante un procedimento numerico è 15.5, allora l'errore assoluto è dato da

e l'errore relativo è dato da

2. Si consideri la funzione $f(x) = x^2 - 3$ nell'intervallo $[0, 2]$. Dire quanti passi del metodo di bisezione occorrono per raggiungere un errore assoluto inferiore a $1/5$.

Dire a quale intervallo si arriva dopo aver implementato 2 passi del metodo

3. Si consideri la funzione $g(x) = 1/x - 2$. Dire a quale soluzione si perviene applicando un passo del metodo di Newton alla funzione g con dato iniziale $x_0 = 1/3$

4. Considerati i tre nodi $x_0 = -1$, $x_1 = 0$ e $x_2 = 1$, scrivere l'espressione del polinomio di Lagrange di grado due che interpola la funzione $h(x) = \arctan(x)$ nei tre nodi.

5. I quattro nodi di Chebyshev ($n = 3$) relativi all'intervallo $[0, 2]$ sono:

6. L'integrale

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{1+2x^2} dx$$

approssimato con la formula dei trapezi (semplice) vale

7. Si calcoli lo stesso integrale dell'esercizio precedente con la formula del punto medio composta usando la decomposizione $[-1, 2] = [-1, 1/2] \cup [1/2, 2]$

Cognome	Nome
---------	------

8. Si calcoli la decomposizione LU della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \quad U = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}$$

9. Si calcoli la matrice di iterazione del metodo di Jacobi relativamente alla matrice A dell'esercizio precedente

10. Si applichi il metodo di Crank–Nicolson per calcolare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'(t) = (1 + 2t)y(t), \quad y(0) = 2$$

nel punto $t = 1/2$ con $h = 1/2$
