

ANALISI NUMERICA, 21/06/2012

1. Data la funzione $f(x) = x^4$
 - a) si calcoli il polinomio di grado due che interpola f in un insieme di nodi equispaziati sull'intervallo $[0,2]$, estremi compresi
 - b) si calcoli l'errore di interpolazione nel punto $\bar{x} = \frac{1}{2}$ e si determini il corrispondente punto ξ che compare nella formula dell'errore
 - c) si dia una maggiorazione dell'errore di interpolazione sull'intervallo $[0, 2]$
 - d) si calcoli il polinomio di grado tre che interpola f nei nodi $\left\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$.
2. Sia $V = \text{span}\{1, \cos x, \sin x\}$. Stabilire per quali valori di x_0 esiste uno ed un solo elemento $v \in V$ tale che

$$v(0) = y_1, \quad v(\pi) = y_2, \quad v'(x_0) = y_3,$$

comunque scelti $y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{R}$.

3. Data la formula di quadratura interpolatoria

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \alpha_0 f(-a) + \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f(a), \quad a \in \mathbb{R}$$

- a) si determinino i pesi della formula in funzione del parametro a
 - b) si determini il valore di a che massimizza il grado di precisione della formula
 - c) si dica, motivando la risposta, se la formula ottenuta è una formula di Gauss.
4. Siano A e B matrici quadrate non singolari. Indicato con $\mu(M)$ il condizionamento di M in norma 2, dire se è possibile che si verifichino le seguenti condizioni:
 - a) $\mu(A) = 10, \mu(B) = 10, \mu(AB) = 1$
 - b) $\mu(A) = 1, \mu(B) = 1, \mu(AB) = 10$.

In caso affermativo si presenti un esempio e in caso negativo si dia una spiegazione del perché.