Scritto d'esame — 20 settembre 2002

1. Data la forma differenziale definita in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ da

$$\omega(x,y) = \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy.$$

Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove γ è la curva descritta dai punti $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x|+|y| = 1\}$ e percorsa per un giro in senso antiorario.

2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \\ -1, & x \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right], \end{cases}$$

prolungata per periodicità a tutto $\mathbb{R}$, determinare il coefficiente di Fourier a_3 di f e calcolare la somma della serie di Fourier di f in $x = \frac{\pi}{2}$.