

## ANALISI NUMERICA, 13/02/2013

1. Data la formula di quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \frac{2}{3}f(-a) + \frac{2}{3}f(0) + \frac{2}{3}f(a), \quad a \in \mathbb{R}$$

- a) si determini il valore di  $a$  che massimizza il grado di precisione della formula e si dica qual è il grado di precisione della formula
- b) si dica, motivando la risposta, se la formula di quadratura trovata è interpolatoria.

2. Sia  $V = \text{span}\{1, e^x\}$ . Si determini l'elemento  $v \in V$  che meglio approssima nel senso dei minimi quadrati la funzione  $f(x) = x$  sull'intervallo  $[0, 1]$ .

3. a) Data la funzione  $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right)$

- i) si calcoli il polinomio di grado tre che interpola  $f$  in un insieme di nodi equispaziati sull'intervallo  $[0, 1]$ , estremi compresi
  - ii) si dia una maggiorazione dell'errore di interpolazione sull'intervallo  $[0, 1]$ .
- b) Dato l'intervallo  $[-1, 1]$  si determini la spline cubica naturale che interpola i seguenti dati:

$$(-1, 1), \quad (0, 0), \quad (1, 2).$$

4. In Matlab i comandi

```
format long;  
S=single(0);  
for n=1:5000  
    S=S+single(1/n^2);  
end  
S
```

forniscono il risultato  $S = 1.6447253$ .

Si assuma che il sistema di numeri floating point per la semplice precisione sia dato da  $F(\beta, t, L, U) = F(2, 24, -125, 128)$ . Si calcoli quanti sono i termini della somma che non contribuiscono al risultato.

I seguenti comandi invece

```
format long;  
S=single(0);  
for n=5000:-1:1  
    S=S+single(1/n^2);  
end  
S
```

forniscono il risultato  $S = 1.6447340$ .

Commentare e giustificare la differenza tra i due calcoli.