COGNOME E NOME

Prova di Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (26-10-2004)

Problema 1 (6 punti, 1.5 punti ciascuno) Un test diagnostico con specificità del 90% e sensibilità del 96% viene applicato come screening di massa. La popolazione in esame contiene il 5% di individui che presentano un sintomo in base al quale la probabilità di avere la malattia prima di aver fatto il test è del 10% , mentre per dati epidemiologici è noto che la prevalenza della malattia suddetta all'interno della popolazione complessiva è del 2%,

a) La probabilità di avere la malattia se il test ha dato risultato negativo e si è nella categoria a rischio.

b) la probabilità di non avere la malattia se il test ha dato risultato positivo e si è nella categoria a rischio.

d) La probabilità di avere la malattia se il test ha dato risultato negativo e non si è nella categoria a rischio.

e) la probabilità di non avere la malattia se il test ha dato risultato positivo e non si è nella categoria a rischio

Ricordo le definizioni:

Specificità= probabilità che il test dia esito negativo in un soggetto sano; Sensibilità= probabilità che il test dia esito positivo in un soggetto malato; Prevalenza= percentuale di soggetti malati nell'intera popolazione

- Risposta a)
- Risposta b)
- Risposta c)
- Risposta d)

Problema 2 (4 punti)

Una variabile statistica X è normale di media -1 e deviazione standard 2. Calcolare le seguenti frequenze:

- a) $f\{t \text{ t.c. } 0 < X(t) < 1\} =$
- b) $f\{t \text{ t.c. } -2 < X(t) < 4\} =$
- c) $f\{t \text{ t.c. } X(t) < 3\} =$
- d) $f\{t \text{ t.c. } X(t) = -1\} =$

Problema 3 (4 punti: 2 punti ciascuno) Definiamo **concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione**.

1) Dati 6 kg. di soluzione concentrata al 2%, calcolare la quantità di soluto da aggiungere perché la nuova soluzione sia concentrata al 3%

2)Date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente la prima al 4% e la seconda al 10% in quale proporzione occorre mescolarle per ottenere una soluzione al 6% ?

- Risposta 1)Peso in Kg del soluto da aggiungere=
- Risposta 2)Rapporto tra il peso della soluzione al 4% e il peso della soluzione al 10% =

Problema 4 (5 punti: 1 ciascuno)

Tizio, Caio e Sempronio sono tre amici poco puntuali. Tizio riesce a prendere il treno delle 7.30 nell'80% dei casi, Caio nel 70% dei casi e Sempronio nel 90% dei casi. Supponendo che non si influenzino a vicenda,

1. qual è la probabilità che tutti e tre riescano a prendere il treno?
2. Qual è la probabilità che ci riescano Tizio e Caio, ma non Sempronio?
3. Qual è la probabilità che ci riescano Tizio e Sempronio, ma non Caio?
4. Qual è la probabilità che ci riesca solo Caio ?
5. Qual è la probabilità che tutti e tre perdano il treno?

- Risposta 1)
- Risposta 2)
- Risposta 3)
- Risposta 4)
- Risposta 5)

Problema 5 (5 punti: 1 ciascuno) Date le seguenti funzioni definite su tutta la retta reale:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ -\frac{1}{2} & \text{se } 1 \le x < 5 \\ \frac{1}{2} & \text{se } 5 \le< x < 8 \\ 1 & \text{se } x \ge 8 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{5} & \text{se } 1 \le x < 4 \\ \frac{1}{4} & \text{se } 4 \le x < 7 \\ \frac{1}{3} & \text{se } x \ge 7 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{5} & \text{se } 1 \le x < 5 \\ \frac{1}{2} & \text{se } 5 \le x < 10 \\ 1 & \text{se } x \ge 10 \end{cases}$$

dire quale può rappresentare la funzione di ripartizione di una variabile aleatoria X. In corrispondenza, si calcoli la legge, la media e la varianza di di X.

Problema 6 (6 punti) Siano X ed Y due variabili statistiche; X assume modalità x_1, x_2 ed x_3, Y assume modalità y_1, y_2 ed y_3. Supponiamo che le frequenze relative congiunte di X ed Y siano

$$p_{XY}(x_1, y_1) = \frac{10}{100} \quad p_{XY}(x_1, y_2) = \frac{15}{100} \quad p_{XY}(x_1, y_3) = \frac{2}{100}$$

$$p_{XY}(x_2, y_1) = \frac{5}{100} \quad p_{XY}(x_2, y_2) = \frac{8}{100} \quad p_{XY}(x_2, y_3) = \frac{10}{100}$$

$$p_{XY}(x_3, y_1) = \frac{25}{100} \quad p_{XY}(x_3, y_2) = \frac{5}{100} \quad p_{XY}(x_3, y_3) = \frac{20}{100}\,.$$

- Dire, giustificando la risposta, se X ed Y sono indipendenti.
- Calcolare le frequenze marginali $p_Y(y_1)$, $p_Y(y_2)$ e $p_Y(y_3)$.
- Calcolare le frequenze marginali $p_X(x_1)$, $p_X(x_2)$ e $p_X(x_3)$.
- Scrivere la tabella delle frequenze relative congiunte di due variabili statistiche X^* ed Y^* indipendenti, con le stesse frequenze marginali di X ed Y.