COGNOME E NOME

Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (22-11-2004)

Problema 1 (4 punti)
Sapendo che a causa del decadimento radioattivo il tempo di dimezzamento del ^{14}C è 5730 anni, stabilite l'età di un reperto per il quale la concentrazione di ^{14}C è lo $0,05\%$ di quella degli analoghi organismi viventi.

- Età = anni $\frac{3+\log_{10} 2}{\log_{10} 2} \cdot 5730$

Problema 2 (6 punti:2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre)
Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo [-1,1]

$$f(x) = \begin{cases} -kx^2 + 5 & \text{se} \quad -1 \leq x < 0 \\ \\ e^{x+k} & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato, calcolare il punto x_1 di massimo , il valore $M = f(x_1)$ di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore $m = f(x_2)$ di minimo.

- $k = \ln 5$
- $x_1 = 1$
- $M = 5e$
- $x_2 = -1$
- $m = 5 - \ln 5$

Problema 3 (6 punti, 3 punti ciascuno)
Date le funzioni $f(x) = |x - 1|$ e $g(x) = -x^3$

- Dire quanto vale $f(g(x))$ e disegnarne il grafico.
- Dire quanto vale $g(f(x))$ e disegnarne il grafico.
- $f(g(x)) = |x^3 + 1|$
-
-
-
- $g(f(x)) = -|(x - 1)|^3$
-
-

•

Problema 4 (4 punti) In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è normale e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = X + 5$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere l'equazione della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = 6^{\frac{2x}{3}}$

- Risposta 1)$y = 10^5 \cdot 10^x$
- Risposta 2)$Y = (\frac{2}{3}\log_{10} 6)X$

Problema 5 (4 punti) Calcolare l'area della seguente regione del piano:

$A = \{(x, y) \quad t.c. \quad -2 \leq x \leq 2 \;\; e \;\; 0 \leq y \leq |x+1| + |x-1|\}$

- Area di A=10

Problema 6 (4 punti)

Calcolare il coefficiente angolare m della retta tangente al grafico della funzione:

$f(x) = 2e^{2x} - 3x^5$

nel punto di ascissa $x = 1$.

- m=$4e^2 - 15$

Problema 7 (4 punti)

È data l'equazione differenziale:

$y' = 2e^y$

Dire quali tra le seguenti sono le soluzioni:

- a) $y(x) = -k\ln(-2x)$
- b) $y(x) = -\ln(k - 2x)$
- c) $y(x) = \ln(-2x) + k$

Tra le soluzioni trovare quella che soddisfa la condizione $y(1) = -1$

- Le soluzioni sono : b)
- Quella che soddisfa $y(1) = -1$ è: $y(x) = -\ln(e + 2 - 2x)$