

RISULTATI Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (22-11-2004)

Problema 1 (3 punti)

Sapendo che a causa del decadimento radioattivo il tempo di dimezzamento del ^{14}C è 5730 anni, stabilite l'età di un reperto per il quale la concentrazione di ^{14}C è lo 0,01% di quella degli analoghi organismi viventi.

- Età = $5730 \cdot \frac{4}{\log_{10} 2}$ anni
-

Problema 2 (6 punti: 2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-1,1]$

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2k & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ e^{-x} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore $M = f(x_1)$ di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore $m = f(x_2)$ di minimo.

- $k = \frac{1}{2}$
 - $x_1 = -1$
 - $M = \frac{3}{2}$
 - $x_2 = 1$
 - $m = e^{-1}$
-

Problema 3 (5 punti, 2.5 punti ciascuno)

Date le funzioni $f(x) = |x - 3|$ e $g(x) = -2x^2$

- Dire quanto vale $f(g(x))$ e disegnarne il grafico.
- Dire quanto vale $g(f(x))$ e disegnarne il grafico.
- $f(g(x)) = |2x^2 + 3|$
-
-
-
- $g(f(x)) = -2(x - 3)^2$
-
-
-

Problema (4 punti) In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è normale e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = -X + 12$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere l'equazione della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = 3^{\frac{5x}{2}}$

- Risposta 1) $y = 10^{-x+2}$
 - Risposta 2) $Y = \frac{5}{2} \log_{10} 3 \cdot X$
-

Problema 5 (4 punti) Calcolare l'area della seguente regione del piano:

$$A = \{(x, y) \text{ t.c. } -4 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq |x+2| + |x|\}$$

- Area di $A=15$
-

Problema 6 (4 punti)

Calcolare il coefficiente angolare m della retta tangente al grafico della funzione:

$$f(x) = e^{2x} + \ln(2x) + x^2$$

nel punto di ascissa $x = 1$.

- $m=3 + 2e^2$
-

Problema 7 (4 punti)

È data l'equazione differenziale:

$$y' = -e^{-y}$$

Dire quali tra le seguenti sono le soluzioni:

- a) $y(x) = \ln(-x) + k$
- b) $y(x) = k \ln(-x)$
- c) $y(x) = \ln(k - x)$

Tra le soluzioni trovare quella che soddisfa la condizione $y(2) = 2$

- Le soluzioni sono :c)
- Quella che soddisfa $y(2) = 2$ è: $y(x) = \ln(e^2 + 2 - x)$