

RISULTATI Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (22-11-2004)

Problema 1 (4 punti)

Sapendo che a causa del decadimento radioattivo il tempo di dimezzamento del ^{14}C è 5730 anni, stabilite l'età di un reperto per il quale la concentrazione di ^{14}C è lo 0,5% di quella degli analoghi organismi viventi.

- Età = anni $\frac{\log_{10} 200}{\log_{10} 2} \cdot 5730$
-

Problema 2 (6 punti:2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-1,1]$

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x-k} & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ kx^2 + 2 & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore $M = f(x_1)$ di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore $m = f(x_2)$ di minimo.

- $k = -\log_e 2$
 - $x_1 = -1$
 - $M = 2e$
 - $x_2 = 1$
 - $m = 2 - \ln 2$
-

Problema 3 (6 punti, 3 punti ciascuno)

Date le funzioni $f(x) = |-x + 2|$ e $g(x) = -x^2 + 1$

- Dire quanto vale $f(g(x))$ e disegnarne il grafico.
- Dire quanto vale $g(f(x))$ e disegnarne il grafico.
- $f(g(x)) = x^2 + 1$
-
-
-
- $g(f(x)) = -(2 - x)^2 + 1$
-
-
-

Problema (4 punti) In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è normale e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = -3X + 1$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere l'equazione della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = 2^{\frac{2x}{5}}$

- Risposta 1) $y = 10^{-3x+1}$
 - Risposta 2) $Y = (\frac{2}{5} \log_{10} 2) \cdot x$
-

Problema 5 (4 punti) Calcolare l'area della seguente regione del piano:

$$A = \{(x, y) \text{ t.c. } -5 \leq x \leq 0 \text{ e } 0 \leq y \leq |x+3| + |x+4|\}$$

- Area di $A=15$
-

Problema 6 (4 punti)

Calcolare il coefficiente angolare m della retta tangente al grafico della funzione:

$$f(x) = \ln(x) - x^5$$

nel punto di ascissa $x = 2$.

- $m = -\frac{159}{2}$
-

Problema 7 (4 punti)

È data l'equazione differenziale:

$$y' = e^y$$

Dire quali tra le seguenti sono le soluzioni:

- a) $y(x) = -\ln(k - x)$
- b) $y(x) = k \ln(-x)$
- c) $y(x) = \ln(x) + k$

Tra le soluzioni trovare quella che soddisfa la condizione $y(1) = 2$

- Le soluzioni sono :a)
- Quella che soddisfa $y(1) = 2$ è: $-\ln(1 + e^{-2} - x)$