

1. Scrivere le soluzioni delle seguenti equazioni: a) $\sin(2x) = 1$, b) $\log_3 y^2 = 1$

a) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

b) $y_1 = \sqrt{3}$, $y_2 = -\sqrt{3}$

5 punti: 2.5 punti ciascuno

2. Definiamo **concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione**

a) Sono dati 2 kg. di soluzione (soluzione=soluto + solvente) concentrata al 32.5%. Calcolare la concentrazione della soluzione che si ottiene aggiungendo 600 grammi di solvente.

b) È data una soluzione concentrata al 20%. Sapendo che aggiungendo 600 grammi di soluto la nuova soluzione risulta concentrata al 30%, calcolare il peso iniziale della soluzione.

Risposta a) 25%

Risposta b) 840g.

6 punti: 3 punti ciascuno

3. Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-1,1]$

$$f(x) = \begin{cases} |\log_e(-2x+2)| & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 3kx^2 + k & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

$k = \log_e 2$

$x_1 = 1$

$M = 4 \log_e 2$

$x_2 = 0$

$m = \log_e 2$

6 punti: 2 al primo e 1 punto ciascuno agli altri

4. Calcolare la derivata della seguente funzione :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 \cdot e^{-3x}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 4xe^{-3x} - 6x^2e^{-3x}$$

5 punti

5. Si lancino contemporaneamente due dadi e si indichino rispettivamente con p e q i punteggi ottenuti. Si consideri poi la variabile aleatoria $X = p - q$.

Calcolare la media di X .

Media = 0

6 punti

6. Ci sono due partite di medicinali. Sapendo che nella prima partita l'1% è avariato e nella seconda partita il 5% è avariato e sapendo che la prima partita contiene il triplo di medicinali della seconda, calcolare la percentuale dei medicinali avariati nell'unione delle due.

Percentuale = 2%