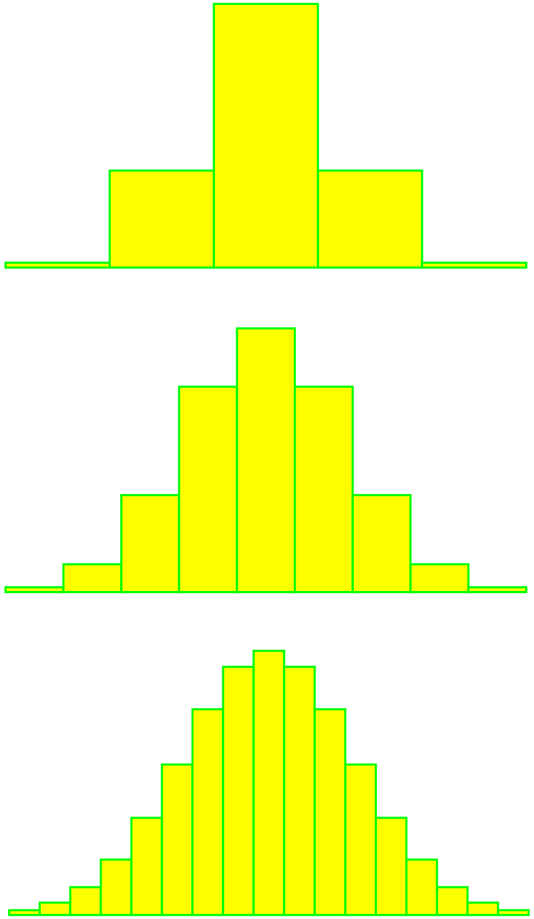
Distribuzione Normale

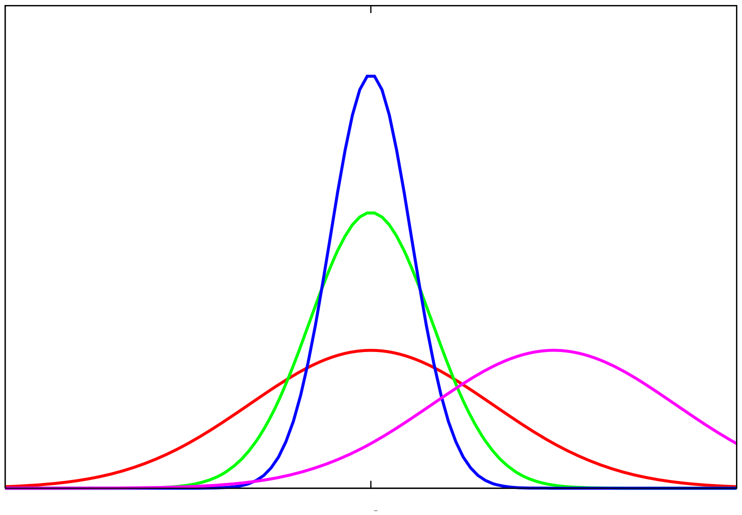


- istogramma delle frequenze di un insieme di misure relative a una grandezza che può variare con *continuità*
- popolazione molto numerosa, costituita da una quantità praticamente illimitata di individui *(popolazione infinita)*
- area dell'istogramma uguale a 1 *(normalizzata)*
- aumentando il numero di intervallini $n = 5, 9, 17, \ldots$ l'istogramma tende a stabilizzarsi intorno a una forma limite: *la curva di distribuzione delle frequenze*
- nel caso in figura: $y = Ae^{-B(x-C)^2}$ *distribuzione normale o gaussiana*

Distribuzione Normale

CURVE GAUSSIANE

$$y = Ae^{-B(x-C)^2}$$



Se la distribuzione è di tipo gaussiano con

- *media aritmetica* μ
- *deviazione standard* σ

si ha

$$A = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad B = \frac{1}{2\sigma^2} \quad C = \mu$$

La corrispondente curva normale sarà

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

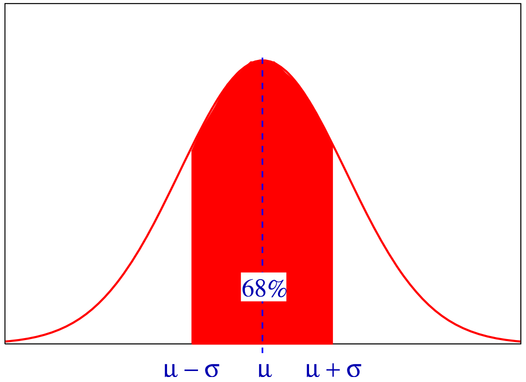
Curva normale standardizzata:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad \mu = 0 \, , \sigma = 1$$

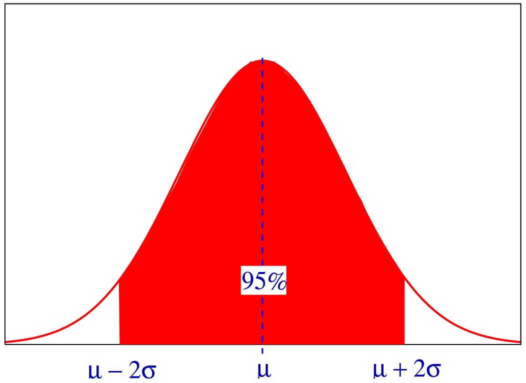
Distribuzione Normale

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$

Fissati due valori a, b sull'asse delle ascisse, l'area sottesa dal grafico sull'intervallo $[a, b]$ rappresenta la porzione di misure che cadono nell'intervallo considerato.



Nell'intervallo $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ cade circa il 68% delle misure



Nell'intervallo $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ cade circa il 95% delle misure

Distribuzione Normale – Esercizi

Esercizio 1. Supponendo che la distribuzione dei pesi degli individui di una popolazione sia gaussiana con media $\mu = 61$ kg e deviazione standard *(scarto quadratico medio)* $\sigma = 5$ kg,

(a) scrivere l'equazione della gaussiana relativa ai pesi di tale popolazione;
(b) calcolare la percentuale di individui il cui peso è compreso tra 59 kg e 63 kg.

Soluzione:

(a) L'equazione della gaussiana è la seguente

$$y = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-61)^2}{50}}$$

(b) L'area sotto il grafico di tale gaussiana nell'intervallo di peso

$$[59\,,\,63] = [61 - 0.4 \cdot 5\,,\,61 + 0.4 \cdot 5] = [\mu - 0.4\,\sigma\,,\,\mu + 0.4\,\sigma]$$

vale 0.3108. La percentuale cercata è del 31%.

Distribuzione Normale – Esercizi

Esercizio 2. Le altezze h di un gruppo di reclute sono distribuite con buona approssimazione secondo una curva gaussiana con media $\mu = 170\,\text{cm}$ e deviazione standard *(scarto quadratico)* $\sigma = 5\,\text{cm}$. Le divise sono disponibili in 5 taglie:

1. per individui di altezza $\leq 161\,\text{cm}$
2. per individui di altezza compresa tra 161 e 167 cm
3. per individui di altezza compresa tra 167 e 173 cm
4. per individui di altezza compresa tra 173 e 179 cm
5. per individui di altezza $> 179\,\text{cm}$.

Stimare il numero delle divise delle varie taglie sapendo che le reclute sono 750.

Soluzione: si tratta di stimare la percentuale di reclute che cade in ciascuna delle quattro differenti classi di altezza:

1. per $h \leq 161 = 170 - 1.8\,\sigma \;\Rightarrow\;$ 3.6% (27 reclute)
2. per $161 < h \leq 167 \;\Rightarrow\; h \in (170 - 1.8\,\sigma\,,\, 170 - 0.6\,\sigma] \;\Rightarrow\;$ 24% (180 reclute)
3. per $167 < h \leq 173 \;\Rightarrow\; h \in (170 - 0.6\,\sigma\,,\, 170 + 0.6\,\sigma] \;\Rightarrow\;$ 45% ($\simeq$ 338 reclute)
4. per $173 < h \leq 179 \;\Rightarrow\; h \in (170 + 0.6\,\sigma\,,\, 170 + 1.8\,\sigma] \;\Rightarrow\;$ 24% (180 reclute)
5. per $h > 179 = 170 + 1.8\,\sigma \;\Rightarrow\;$ 3.6% (27 reclute)