

## Derivabilità e Continuità

---

Derivabilità  $\Rightarrow$  Continuità:

se  $f$  è derivabile in  $x_0$ , allora  $f$  è continua in  $x_0$ .

Infatti, per l'ipotesi di derivabilità  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ .

Consideriamo l'uguaglianza:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (x - x_0) \quad \text{per } x \neq x_0.$$

Passando al limite, si ricava la continuità in  $x_0$ :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot 0 = f(x_0).$$

Continuità  $\nRightarrow$  Derivabilità:

1.  $f(x) = |x|$  (punto angoloso)    2.  $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$  (punto cuspidale)

Queste funzioni sono continue, ma non sono derivabili in  $x = 0$ .

## Esercizi

---

- 1.** Date le funzioni  $f(x) = x^2$  e  $g(x) = 2x - 1$ ,
- (a)** dire quanto vale  $f \circ g$ , qual è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata;
  - (b)** dire quanto vale  $g \circ f$ , qual è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata.
- 2.** Date le funzioni  $f(x) = 2x - 5$  e  $g(x) = \ln(x + 2)$ ,
- (a)** dire quanto vale  $f \circ g$ , qual è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata;
  - (b)** dire quanto vale  $g \circ f$ , qual è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata.

## Esercizi

---

3. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \ln(2x + 1)$$

nel punto  $x = 2$ .

4. Calcolare il coefficiente angolare  $m$  della retta tangente al grafico della funzione

$$g(x) = \frac{\ln(x + 1)}{2x^2 + 3}$$

nel punto  $x = 0$ .

## Esercizi

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

studiarne continuità e derivabilità.

6. Determinare i valori dei parametri  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  in modo tale che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \alpha x + 2\beta - 1 & \text{per } x \geq 0 \\ (\beta + 1)e^x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in  $x = 0$ .

## Esercizi

---

7. Calcolare le derivate prime delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} + 5x^2}$$

$$g(x) = x^3(\ln x)^2$$

$$h(x) = \frac{x^4 - x^3 + 7x}{x^2 + 1}$$