Esercizi di Ricapitolazione

Esercizio 1. Sono dati 160 g di una soluzione $\mathcal{S}_1$ concentrata al 15%.

(a) Determinare quanti grammi di soluto occorre aggiungere a $\mathcal{S}_1$ per ottenere una nuova soluzione $\mathcal{S}_2$ concentrata al 20%.

(b) Determinare quanti grammi di solvente occorre aggiungere a $\mathcal{S}_2$ per riottenere una soluzione con la stessa concentrazione iniziale.

Esercizio 2. Si dispone di una soluzione $\mathcal{S}_1$ concentrata al 20% e di una soluzione $\mathcal{S}_2$ (dello stesso soluto nello stesso solvente) concentrata al 10%.

(a) Trovare la concentrazione di una soluzione $\mathcal{S}_3$ composta da 3 parti di $\mathcal{S}_1$ e da 2 parti di $\mathcal{S}_2$.

(b) Trovare il peso iniziale di $\mathcal{S}_1$ sapendo che, se aggiungo 1 Kg di solvente, la concentrazione diventa del 15%.

Esercizio 3. Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semilogaritmiche o doppiamente logaritmiche), calcolare i coefficienti angolari delle rette corrispondenti alle seguenti funzioni:

1) $y = \sqrt[3]{\dfrac{2}{x^5}}$

2) $y = 3^{2x-5}$

Esercizio 4.

(a) In un grafico con scala semilogaritmica è rappresentata la retta di equazione $Y = -\log_{10} 2 + (\log_{10} 5)X$. Trovare il corrispondente legame funzionale tra x e y, dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

(b) In un grafico con scala doppiamente logaritmica è rappresentata la retta di equazione $Y = 3 - 2X$. Trovare il corrispondente legame funzionale tra x e y, dove $X = \log_{10} x$ e $Y = \log_{10} y$.

Esercizio 5. Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi al peso medio (espresso in Kg) di una popolazione di 100 individui:

peso (Kg)	f_i
55 – 65	20
65 – 75	20
75 – 85	50
85 – 95	10
	100

(a) Calcolare la media.

(b) Calcolare la mediana, usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza.

(c) Calcolare i quartili, usando l'ogiva di frequenza.

Esercizi di Ricapitolazione

Esercizio 6. Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 8$ e deviazione standard $\sigma = 5$, determinare:

(a) la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[-2, 18]$;

(b) la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[3, 18]$;

(c) la percentuale di dati maggiori di 10.

Usare la tabella gaussiana del lucido successivo.

Tabella Gaussiana

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$

Esercizio 7. Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 4900 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 60$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 10$ anni. Trovare gli intervalli di confidenza per l'età media μ al 68%, al 95% e al 99%.

Come cambia la stima se gli stessi dati $\bar{x}$ e s sono ottenuti da un campione di 10000 pazienti?

Esercizio 8. Si vuole sottoporre a verifica la seguente affermazione: il peso medio degli abitanti adulti di una certa nazione è $\mu = 72\,\mathrm{Kg}$. A questo scopo si considera un campione casuale di 100 individui, che vengono pesati. Si ottiene un peso medio campionario $\bar{x} = 73.8\,\mathrm{Kg}$ con deviazione standard campionaria $s = 8\,\mathrm{Kg}$.

Dopo aver precisato se il test debba essere a una o due code, trarre le conclusioni se il livello di significatività è del 5%. Cosa cambia se il livello di significatività del test è dell'1%?

Esercizio 9. Si vuole sottoporre a verifica la seguente affermazione: la spesa media per le vacanze degli italiani è inferiore a 800 Euro a testa. A questo scopo si considera un campione di 100 italiani e si osserva che la spesa media per le vacanze di questo campione è stata di 808 Euro a testa con uno scarto quadratico medio $s = 40$ Euro.

Dopo aver precisato se il test debba essere a una o due code, trarre le conclusioni se il livello di significatività è del 5%. Cosa cambia se il livello di significatività del test è dell'1%?

Curva Gaussiana

aree sottese dalla curva gaussiana
sull' intervallo [μ , μ + z σ]

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.00	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199
0.10	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596
0.20	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987
0.30	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368
0.40	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736
0.50	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088
0.60	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422
0.70	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734
0.80	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023
0.90	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289
1.00	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531
1.10	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749
1.20	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944
1.30	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115
1.40	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265
1.50	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394
1.60	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505
1.70	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599
1.80	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678
1.90	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744
2.00	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798
2.10	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842
2.20	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878
2.30	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906
2.40	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929
2.50	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946
2.60	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960
2.70	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970
2.80	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978
2.90	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984
3.00	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989

Esercizio 10. (compito d'esame del 01/02/2013)
Si consideri la funzione

$$f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^x.$$

- Determinare il campo di esistenza di f e calcolarne la derivata.
- Studiare la monotonia di f.
- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 3]$ (lasciare il numero e indicato, cioè non approssimarlo con un numero razionale).

Esercizio 11. (compito d'esame del 01/02/2013)
Si considerino le funzioni

$$f(x) = 2\ln(x+1), \qquad g(x) = x^2 - 2.$$

Determinare:

- il campo di esistenza di f;
- il campo di esistenza di g;
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$;
- l'espressione di $f \circ g$ e il suo campo di esistenza;
- l'espressione di $g \circ f$ e il suo campo di esistenza.

Esercizio 12. (compito d'esame del 02/09/2013)
Si consideri la funzione

$$f_k(x) = \begin{cases} 2 & \text{per } -4 \le x < -2, \\ |x| & \text{per } -2 \le x \le 2, \\ x^2 + k & \text{per } 2 \le x \le 4. \end{cases}$$

- Dire per quale valore di k la funzione è continua in $[-4, 4]$.
- Per tale valore di k disegnare il grafico di f_k.
- Sempre per il valore di k che rende continua la funzione, determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f_k in $[-4, 4]$.