

nome e cognome:

matricola

GALENO ○

IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli apposti spazi.

Esercizio 1. (Punti 5) Date le funzioni $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \ln x$ calcolare:

- il coefficiente angolare m della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$:

$$m = 4$$

- il rapporto incrementale di f nel punto $x = 2$:

$$\text{rapporto incrementale: } \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = h + 4$$

- la funzione composta $f \circ g$:

$$f(g(x)) = (\ln x)^2 - 1$$

- il campo di esistenza di $f \circ g$:

$$\text{campo di esistenza: } (0, +\infty)$$

- la derivata di $f \circ g$:

$$\frac{d}{dx}(f \circ g)(x) = \frac{2 \ln x}{x}$$

Esercizio 2. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente: S_1 concentrata al 20% e S_2 concentrata al 10%. Calcolare in quali percentuali si devono mescolare S_1 e S_2 per ottenere una soluzione concentrata al 18%.

percentuale S_1 : 80%

percentuale S_2 : 20%

Esercizio 3. (Punti 5) Un materiale radioattivo è caratterizzato da un tempo di dimezzamento pari a 200 anni.

- (a) Dopo quanto tempo un campione di tale materiale si sarà ridotto del 50%?
- (b) Qual è il tempo di dimezzamento di un secondo campione che si riduce del 50% in 200 anni?

Scrivere i risultati lasciando i logaritmi indicati, cioè non calcolarli.

risposta (a): tempo = 200 anni

risposta (b): tempo = 200 anni

Esercizio 4. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{x^2-3x+3}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f e calcolarne la derivata.

campo di esistenza: \mathbb{R}

derivata: $f'(x) = (2x - 3)e^{x^2-3x+3}$

- Studiare la monotonia di f .

crescente in: $(\frac{3}{2}, +\infty)$

decrescente in: $(-\infty, \frac{3}{2})$

punti stazionari: $x = \frac{3}{2}$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 2]$ (lasciare il numero e indicato, cioè non approssimarlo con un numero razionale).

risposta: punto di minimo assoluto $(\frac{3}{2}, e^{\frac{3}{4}})$, punto di massimo assoluto $(0, e^3)$

Esercizio 5. (Punti 6) È data la funzione $y = \sqrt{4x^{-3}}$.

- Determinare le coordinate logaritmiche (doppiamente o semi-logaritmiche) in cui tale funzione viene rappresentata con una retta.
- Scrivere il valore del coefficiente angolare della retta corrispondente.
- Scrivere il valore dell'ordinata del punto su tale retta avente ascissa $X = 0$.

coordinate: doppiamente logaritmiche

coefficiente angolare: $-\frac{3}{2}$

valore in $X = 0$: $\log_{10} 2$
