

nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Esercizio 1. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1, \\ e^{x-2+k} & \text{se } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 1$.

$$k = 1 + \ln 2$$

- Per tale valore di k la funzione f è derivabile nel punto $x = 1$?

risposta: sì

- Per il valore di k per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di f sul suo dominio di definizione, specificandone l'ascissa e l'ordinata.

punti di massimo assoluto: $(3, 2e^2)$

punti di minimo assoluto: $(0, 1)$

Nota: non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.

Esercizio 2. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente. La prima ha concentrazione incognita e la seconda ha concentrazione del 30%. Mescolando una quantità della prima con il doppio di quantità della seconda, si ottiene una soluzione con concentrazione del 26%. Calcolare la concentrazione della prima soluzione.

concentrazione della prima soluzione = 18%

Esercizio 3. (Punti 5) Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semilogaritmiche o doppiamente logaritmiche), scrivere l'equazione della retta corrispondente alla funzione $y = \sqrt[3]{10^5 x^2}$.

scala: doppiamente logaritmica, $X = \log_{10} x$, $Y = \log_{10} y$

equazione retta: $Y = \frac{2}{3}X + \frac{5}{3}$

In scala semilogaritmica è data la retta di equazione $Y = \log_{10} 6 - (\log_{10} 3)X$. Trovare il corrispondente legame funzionale tra x e y , dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

equazione: $y = \frac{6}{3^x}$

Esercizio 4. (Punti 5) Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 400 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 55.4$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 6$ anni. Trovare gli intervalli di confidenza per l'età media μ al 45% e al 99% (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

intervallo di confidenza al 45%: [55.22, 55.58]

intervallo di confidenza al 99%: [54.62, 56.18]

Come cambia la stima se gli stessi dati \bar{x} e s sono ottenuti da un campione di 900 pazienti?

intervallo di confidenza al 45%: [55.28, 55.52]

intervallo di confidenza al 99%: [54.88, 55.92]

Esercizio 5. (Punti 7) Si considerino le funzioni $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = e^{x-1}$. Determinare

- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = \frac{1}{2\sqrt{2}}(x - 2) + \sqrt{2}$
- l'espressione della funzione inversa $g^{-1}(y) = \ln y + 1$
- il campo di esistenza della funzione inversa g^{-1} : $(0, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \sqrt{e^{x-1}}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: \mathbb{R}
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = e^{\sqrt{x}-1}$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $[0, +\infty)$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007
