

nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

**Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.**

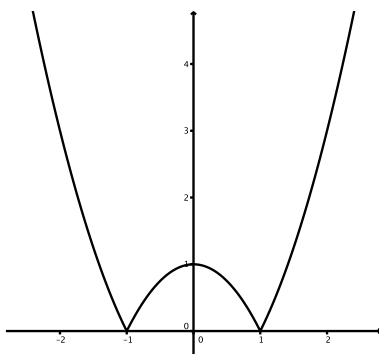
**Nota:** non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.

**Esercizio 1. (Punti 7)** Sono date le funzioni  $f(x) = \frac{x}{e^{x+1}}$  e  $g(x) = x^2 - 1$ . Determinare:

- il campo di esistenza di  $f$ :  $\mathbb{R}$
- la derivata di  $f$ :  $f'(x) = \frac{1-x}{e^{x+1}}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $x = -1$ :  $y = 2x + 1$
- l'espressione della funzione composta  $(f \circ g)(x) = \frac{x^2-1}{e^{x^2}}$
- il campo di esistenza di  $f \circ g$ :  $\mathbb{R}$

Disegnare il grafico della funzione  $|g(x)|$ .

grafico:



**Esercizio 2. (Punti 3)** Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente:  $S_1$  concentrata al 7.5% e  $S_2$  concentrata al 15%. Determinare in quali percentuali occorre mescolare  $S_1$  e  $S_2$  per ottenere una nuova soluzione concentrata al 13.5%.

percentuale di  $S_1$ : 20%

percentuale di  $S_2$ : 80%

**Esercizio 3. (Punti 6)** Un isotopo radioattivo ha un tempo di dimezzamento di 600 anni.

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto al 30%?

risposta:  $600 \cdot \log_2 \frac{10}{3}$  anni

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto del 30%?

risposta:  $600 \cdot \log_2 \frac{10}{7}$  anni

Un'altra sostanza radioattiva dopo 600 anni è ridotta del 30%. Qual è il suo tempo di dimezzamento?

risposta:  $\frac{600}{\log_2 \frac{10}{7}}$  anni

---

**Esercizio 4. (Punti 5)** Si vuole stimare il valore medio  $\mu$  del carattere di una popolazione. Su un campione di  $n = 256$  individui risultano una media  $\bar{x} = 50$  e una deviazione standard campionaria  $s = 32$ . Trovare l'intervallo di confidenza al 99% e al 68% per la media  $\mu$ , usando la tabella allegata.

$$\text{intervallo di confidenza al 99\%} = [44.8, 55.2]$$

$$\text{intervallo di confidenza al 68\%} = [48, 52]$$

Come cambia la stima se gli stessi dati  $\bar{x}$  e  $s$  sono ottenuti da un campione di 100 individui?

$$\text{intervallo di confidenza al 99\%} = [41.68, 58.32]$$

$$\text{intervallo di confidenza al 68\%} = [46.8, 53.2]$$


---

**Esercizio 5. (Punti 7)** Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + 2x + 2 & \text{se } x \leq 0, \\ e^{x+k} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di  $k$  la funzione  $f$  è continua nel punto  $x = 0$ .

$$k = \ln 2$$

- Per tale valore di  $k$  la funzione  $f$  è derivabile nel punto  $x = 0$ ?

*risposta:* sì

- Per il valore di  $k$  per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di  $f$  nell'intervallo  $[-1, 1]$ , specificandone l'ascissa e l'ordinata.

*punti di massimo assoluto:*  $(1, 2e)$

*punti di minimo assoluto:*  $(-1, 0)$

---

*Area sotto la curva normale standardizzata*

valori di $u$	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007