

nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.**Nota:** non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.**Esercizio 1. (Punti 7)** Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 7x + 10 & \text{se } x \leq 2, \\ \ln(x^2 + 5k) & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 2$.

$$k = -\frac{3}{5}$$

- Per tale valore di k la funzione f è derivabile nel punto $x = 2$?

risposta: no

- Per il valore di k per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-4, 4]$, specificandone l'ascissa e l'ordinata.

punti di massimo assoluto: $(-4, 54)$

punti di minimo assoluto: $(2, 0)$

Esercizio 2. (Punti 5) Si vuole stimare il valore medio μ del carattere di una popolazione. Su un campione di $n = 10000$ individui risultano una media $\bar{x} = 80$ e una deviazione standard campionaria $s = 120$. Trovare l'intervallo di confidenza al 95% e all'89% per la media μ , usando la tabella allegata.

$$\text{intervallo di confidenza al } 95\% = [77.6, 82.4]$$

$$\text{intervallo di confidenza all' } 89\% = [78.08, 81.92]$$

Come cambia la stima se gli stessi dati \bar{x} e s sono ottenuti da un campione di 400 individui?

$$\text{intervallo di confidenza al } 95\% = [68, 92]$$

$$\text{intervallo di confidenza all' } 89\% = [70.4, 89.6]$$

Esercizio 3. (Punti 3) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente: S_1 concentrata al 5% e S_2 concentrata al 2.5%. Determinare in quali percentuali occorre mescolare S_1 e S_2 per ottenere una nuova soluzione concentrata al 4.5%.

percentuale di S_1 : 80%

percentuale di S_2 : 20%

Esercizio 4. (Punti 6) Un isotopo radioattivo ha un tempo di dimezzamento di 2500 anni.

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto del 10%?

risposta: $2500 \cdot \log_2 \frac{10}{9}$ anni

- Dopo quanto tempo si sarà ridotto al 10%?

risposta: $2500 \cdot \log_2 10$ anni

Un'altra sostanza radioattiva dopo 2500 anni è ridotta al 10%. Qual è il suo tempo di dimezzamento?

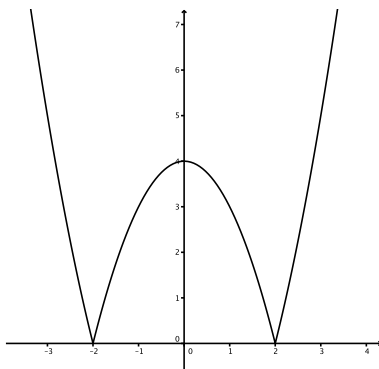
risposta: $\frac{2500}{\log_2 10}$ anni

Esercizio 5. (Punti 7) Sono date le funzioni $f(x) = \frac{e^{x+1}}{x}$ e $g(x) = x^2 - 4$. Determinare:

- il campo di esistenza di f : $x \neq 0$
- la derivata di f : $f'(x) = \frac{e^{x+1}(x-1)}{x^2}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = \frac{e^3}{4}x$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \frac{e^{x^2-3}}{x^2-4}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $x \neq 2$ e $x \neq -2$

Disegnare il grafico della funzione $|g(x)|$.

grafico:



Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007