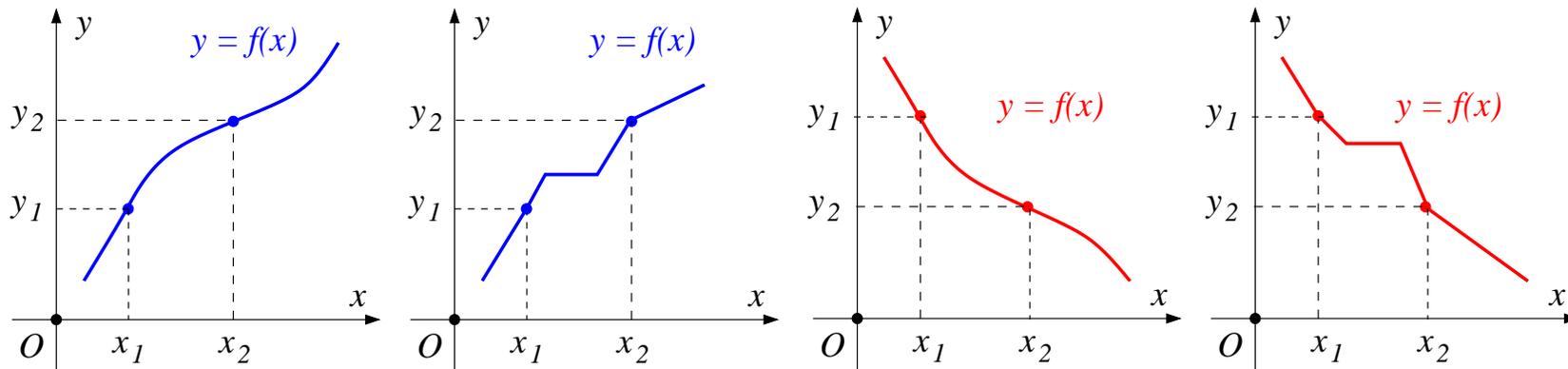


# Funzioni Monotone

Una funzione  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  si dice

- **strettamente crescente:**  $\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .
- **debolmente crescente:**  $\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ .
- **strettamente decrescente:**  $\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ .
- **debolmente decrescente:**  $\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ .



## Esercizi sulle Funzioni Monotone

---

**ESERCIZIO 1.** Dimostrare che la funzione  $f(x) = 3x + 1$  è strettamente crescente per  $x \in \mathbb{R}$ .

**ESERCIZIO 2.** Dimostrare che la funzione  $f(x) = x^2$  è strettamente crescente per  $x \geq 0$ .

**ESERCIZIO 3.** Dimostrare che la funzione  $f(x) = x^2$  è strettamente decrescente per  $x \leq 0$ .

# Minimi e Massimi di Funzione

---

Sia  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione e sia  $x_0 \in A$ .

- **minimo assoluto (o globale):**

$x_0$  è punto di minimo se  $f(x) \geq f(x_0) \forall x \in A$

- **massimo assoluto (o globale):**

$x_0$  è punto di massimo se  $f(x) \leq f(x_0) \forall x \in A$

- **minimo relativo (o locale):**

si dice che in  $x_0$  la funzione ha un punto di minimo relativo se “vicino” a  $x_0$  assume solo valori *maggiori o uguali* di  $f(x_0)$

ovvero

$x_0$  è punto di minimo relativo se

esiste  $\delta > 0$  tale che  $f(x) \geq f(x_0) \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

- **massimo relativo (o locale):**

si dice che in  $x_0$  la funzione ha un punto di massimo relativo se “vicino” a  $x_0$  assume solo valori *minori o uguali* di  $f(x_0)$

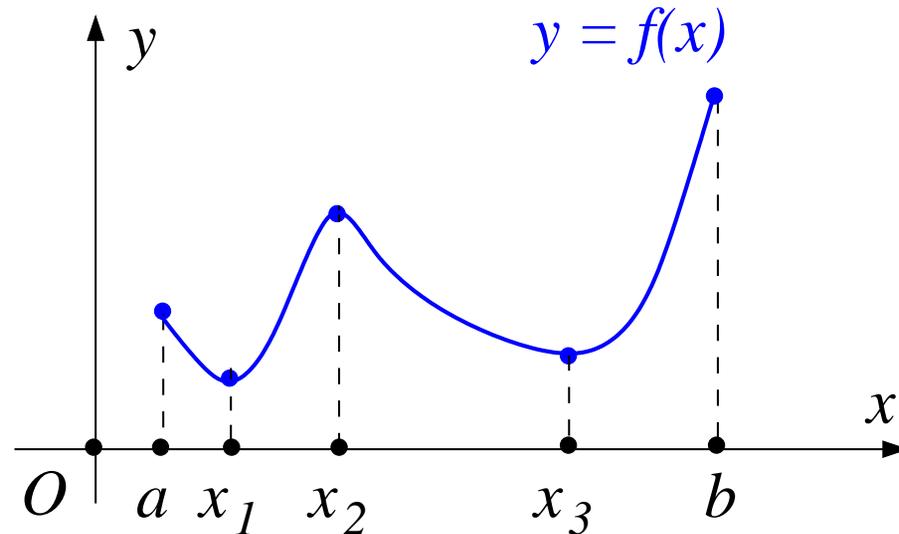
ovvero

$x_0$  è punto di massimo relativo se

esiste  $\delta > 0$  tale che  $f(x) \leq f(x_0) \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

## Minimi e Massimi di Funzione

---



- $x_1$  punto di minimo assoluto,  $f(x_1)$  valore minimo assoluto;
- $x_2$  punto di massimo relativo,  $f(x_2)$  valore massimo relativo;
- $x_3$  punto di minimo relativo,  $f(x_3)$  valore minimo relativo;
- $b$  punto di massimo assoluto,  $f(b)$  valore massimo assoluto.

## Esercizi su Massimi e Minimi

---

**Esercizio 1.** Trovare i punti di massimo, il valore massimo, i punti di minimo e il valore minimo della funzione  $f(x) = 3x - 2$  nell'intervallo  $[1, 2]$ .

**Esercizio 2.** Trovare i punti di massimo, il valore massimo, i punti di minimo e il valore minimo della funzione  $f(x) = -x^2$  nell'intervallo  $[0, 5]$ .

**Esercizio 3.** Dire se la funzione  $f(x) = x^2 + 1$  ha massimo su tutto  $\mathbb{R}$ . Dire se la stessa funzione ha minimo su  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 4.** Trovare i punti di massimo, il valore massimo, i punti di minimo e il valore minimo su  $\mathbb{R}$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x < -1, \\ -x + 2 & \text{per } -1 \leq x \leq 2, \\ 3 & \text{per } x > 2. \end{cases}$$