Matematica con Elementi di Statistica - Farmacia - Pavia 26.2.2013

---

nome e cognome: matricola

GALENO ◯ IPPOCRATE ◯ VECCHI ORDINAMENTI ◯

Esercizio 1. (Punti 5) Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 400 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 64.5$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 10$ anni. Trovare gli intervalli di confidenza per l'età media μ al 95% e al 45% (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

intervallo di confidenza al 95%*:* $[63.5, 65.5]$

intervallo di confidenza al 45%*:* $[64.2, 64.8]$

Come cambia la stima se gli stessi dati $\bar{x}$ e s sono ottenuti da un campione di 100 pazienti?

intervallo di confidenza al 95%*:* $[62.5, 66.5]$

intervallo di confidenza al 45%*:* $[63.9, 65.1]$

Esercizio 2. (Punti 5) Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semilogaritmiche o doppiamente logaritmiche), scrivere l'equazione della retta corrispondente alla funzione $y = 3^{-1}2^{3x+1}$.

scala: semilogaritmica, $X = x$, $Y = \log_{10} y$

equazione retta: $Y = (3\log_{10} 2)X + \log_{10} \frac{2}{3}$

In scala doppiamente logaritmica è data la retta di equazione $Y = \log_{10} 5 - 4X$. Trovare il corrispondente legame funzionale tra x e y, dove $X = \log_{10} x$ e $Y = \log_{10} y$.

equazione: $y = \dfrac{5}{x^4}$

Esercizio 3. (Punti 7) Si considerino le funzioni $f(x) = \sqrt{x+1}$ e $g(x) = e^{2x-1}$. Determinare

- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 3$: $y = \frac{1}{4}(x-3) + 2$
- l'espressione della funzione inversa $g^{-1}(y) = \frac{1}{2}\ln y + \frac{1}{2}$
- il campo di esistenza della funzione inversa g^{-1}: $(0, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \sqrt{e^{2x-1} + 1}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $\mathbb{R}$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = e^{2\sqrt{x+1}-1}$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $[-1, +\infty)$

Esercizio 4. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente. La prima ha concentrazione del 15% e la seconda ha concentrazione incognita. Mescolando una quantità della prima con il doppio di quantità della seconda, si ottiene una soluzione con concentrazione dell'11%. Calcolare la concentrazione della seconda soluzione.

concentrazione della seconda soluzione = 9%

Esercizio 5. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 0, \\ e^{x-2+k} & \text{se } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 0$.

  $k = 2$

- Per tale valore di k la funzione f è derivabile nel punto $x = 0$?

  risposta: no

- Per il valore di k per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di f sul suo dominio di definizione, specificandone l'ascissa e l'ordinata.

  punti di massimo assoluto: $(2, e^2)$

  punti di minimo assoluto: $(-2, -7)$

Nota: non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$
