Matematica con Elementi di Statistica - Farmacia - Pavia 26.2.2013

---

nome e cognome: matricola

GALENO ◯ IPPOCRATE ◯ VECCHI ORDINAMENTI ◯

Esercizio 1. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente. La prima ha concentrazione incognita e la seconda ha concentrazione del 10%. Mescolando una quantità della prima con il doppio di quantità della seconda, si ottiene una soluzione con concentrazione dell'8%. Calcolare la concentrazione della prima soluzione.

concentrazione della prima soluzione = 4%

Esercizio 2. (Punti 7) Si considerino le funzioni $f(x) = 3\sqrt{x}$ e $g(x) = e^{x-2}$. Determinare

- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 3$: $y = \frac{3}{2\sqrt{3}}(x-3)+3\sqrt{3}$
- l'espressione della funzione inversa $g^{-1}(y) = \ln y + 2$
- il campo di esistenza della funzione inversa g^{-1}: $(0, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = 3\sqrt{e^{x-2}}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $\mathbb{R}$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = e^{3\sqrt{x}-2}$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $[0, +\infty)$

Esercizio 3. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-2+k} & \text{se } -1 \le x \le 1, \\ x^2 + 2 & \text{se } 1 < x \le 3. \end{cases}$$

- Determinare per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 1$.

  $k = 1 + \ln 3$

- Per tale valore di k la funzione f è derivabile nel punto $x = 1$?

  risposta: no

- Per il valore di k per cui la funzione è continua, trovare i punti di massimo e minimo assoluti di f sul suo dominio di definizione, specificandone l'ascissa e l'ordinata.

  punti di massimo assoluto: $(3, 11)$

  punti di minimo assoluto: $(-1, 3e^{-2})$

Nota: non approssimare logaritmi ed esponenziali, ma svolgere i calcoli usandone le proprietà.

Esercizio 4. (Punti 5) Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 100 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 28.2$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 6$ anni. Trovare gli intervalli di confidenza per l'età media μ al 68% e al 99% (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

intervallo di confidenza al 68%*:* $[27.6, 28.8]$

intervallo di confidenza al 99%*:* $[26.64, 29.76]$

Come cambia la stima se gli stessi dati $\bar{x}$ e s sono ottenuti da un campione di 900 pazienti?

intervallo di confidenza al 68%*:* $[28, 28.4]$

intervallo di confidenza al 99%*:* $[27.68, 28.72]$

Esercizio 5. (Punti 5) Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semilogaritmiche o doppiamente logaritmiche), scrivere l'equazione della retta corrispondente alla funzione $y = \sqrt[4]{10^{-2}x^5}$.

scala: doppiamente logaritmica, $X = \log_{10} x$, $Y = \log_{10} y$

equazione retta: $Y = \dfrac{5}{4}X - \dfrac{1}{2}$

In scala semilogaritmica è data la retta di equazione $Y = -\log_{10} 5 + (\log_{10} 4)X$. Trovare il corrispondente legame funzionale tra x e y, dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

equazione: $y = \dfrac{4^x}{5}$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007