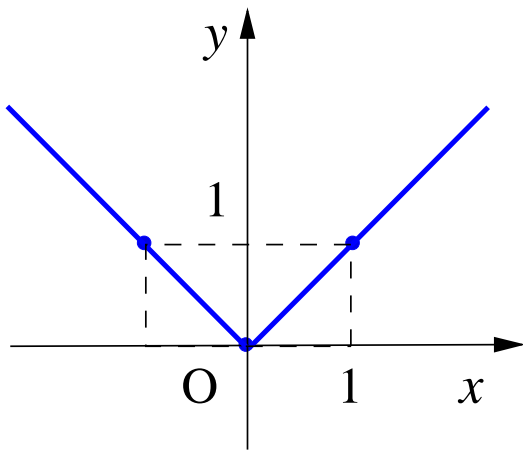


Funzione Valore Assoluto



PROPRIETÀ:

- $|x| \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $|x| = 0$ se e solo se $x = 0$
- $|x_1 \cdot x_2| = |x_1| \cdot |x_2|$, $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
- $\left| \frac{x_1}{x_2} \right| = \frac{|x_1|}{|x_2|}$, $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
- $\sqrt{x^2} = |x|$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- se $r > 0$, $|x| \leq r$ se e solo se $-r \leq x \leq r$
 $|x - x_0| \leq \delta \Leftrightarrow x_0 - \delta \leq x \leq x_0 + \delta$
- *disuguaglianza triangolare*
 $|x_1 + x_2| \leq |x_1| + |x_2|$, $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$



$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{per } x \geq 0 \\ -x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

$$A = \mathbb{R} , B = \mathbb{R}_+$$

Funzioni Pari e Dispari



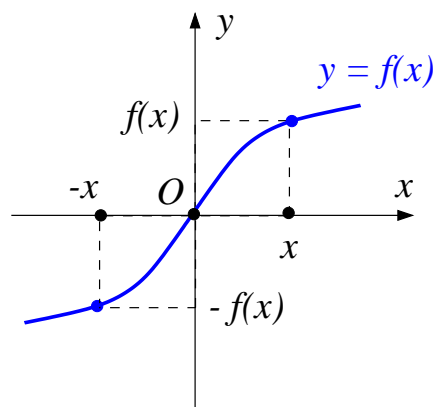
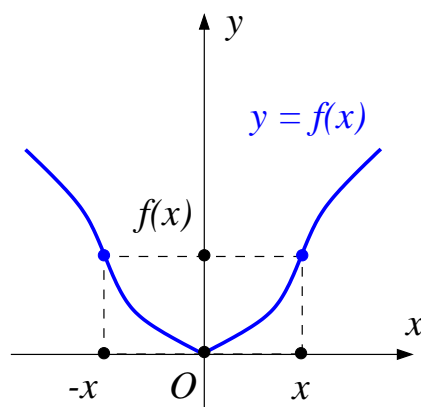
una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si dice

- **PARI:** se $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = f(x)$
il grafico della funzione è simmetrico rispetto all'asse y
- **DISPARI:** se $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = -f(x)$
il grafico della funzione è simmetrico rispetto all'origine O

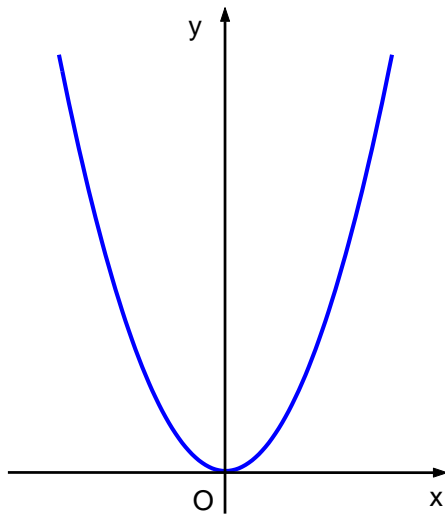
- **ESEMPI:**

$$y = x^2, \quad y = x^{2n}, \quad y = |x|, \quad \text{funzioni pari}$$

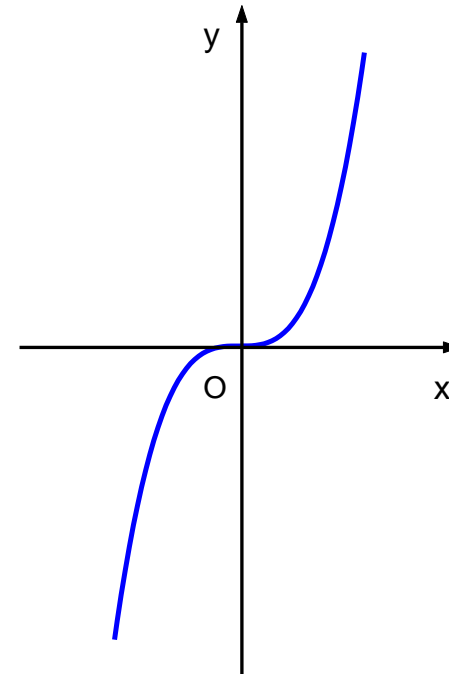
$$y = x, \quad y = x^{2n+1}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad \text{funzioni dispari}$$



Potenze ad esponente intero



$y = x^2 \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad \text{funzione pari}$



$y = x^3 \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{funzione dispari}$

- il grafico di x^n è qualitativamente simile a quello di x^2 se n è *pari* o a quello di x^3 se n è *dispari*.

Ancora Potenze 1



- **POLINOMI:** con operazioni di somma e prodotto si costruiscono *polinomi*, cioè le funzioni del tipo:

$$x \mapsto P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \cdots a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n \quad \text{polinomio di grado } n.$$

- **FUNZIONI RAZIONALI:** facendo il quoziente di due polinomi $P(x)$ e $Q(x)$ si ottengono le *funzioni razionali* del tipo:

$$R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \quad \text{definita su } \{x \in \mathbb{R} / Q(x) \neq 0\}.$$

- **CASO PARTICOLARE:** come caso particolare abbiamo le funzioni potenza con *esponente intero*: $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ definita su $\mathbb{R} - \{0\}$.

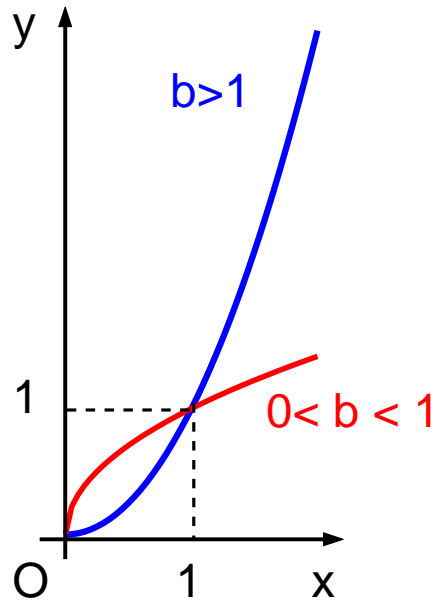
- **POTENZE AD ESPONENTE RAZIONALE:** per $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$, $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ e $x > 0$ si definisce la *potenza ad esponente razionale* come segue:

$$y = x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}.$$

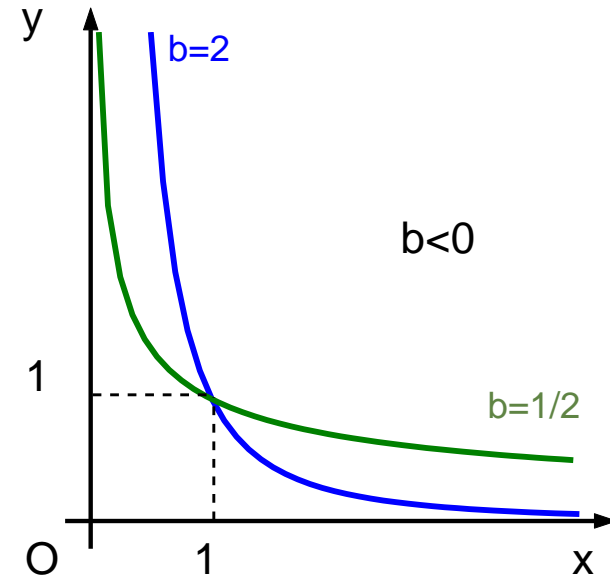
- **POTENZE AD ESPONENTE REALE:** per *estensione* si può definire la *potenza ad esponente reale*:

$$y = x^\alpha \quad \text{per ogni } x > 0 \text{ e } \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{resta indefinito } 0^0 \quad !!!.$$

Ancora Potenze 2



$y = x^b \quad \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad \text{per } b > 0$



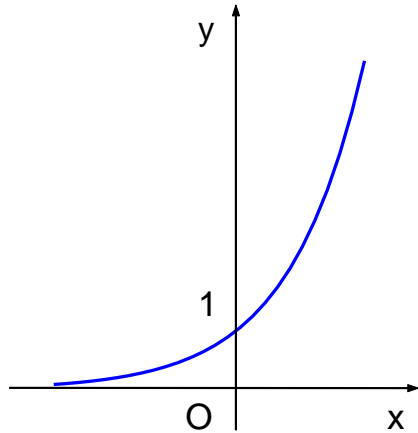
$y = x^b \quad \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad \text{per } b < 0$

PRODOTTO DI POTENZE DI ESPONENTE b :

se $x, y, b \in \mathbb{R}$ con $x > 0$ e $y > 0$, valgono le seguenti regole:

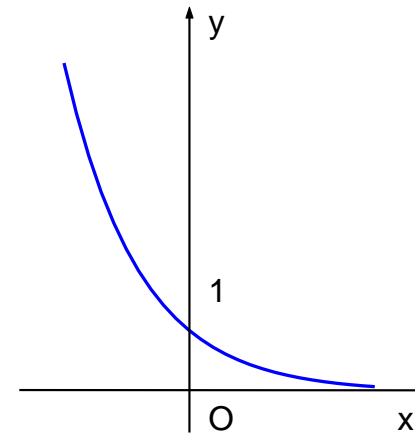
$$x^b y^b = (xy)^b, \quad \frac{x^b}{y^b} = \left(\frac{x}{y}\right)^b.$$

Funzione Esponenziale



$$y = a^x \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad \text{con } a > 1$$

- $a^0 = 1$, $a^1 = a$
- $a^x > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$ *strettamente crescente*
- se x tende a $+\infty$ a^x tende a $+\infty$
- se x tende a $-\infty$ a^x tende a 0



$$y = a^x \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad \text{con } 0 < a < 1$$

- $a^0 = 1$, $a^1 = a$
- $a^x > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$
- $x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ *strettamente decrescente*
- se x tende a $+\infty$ a^x tende a 0
- se x tende a $-\infty$ a^x tende a $+\infty$

PROPRIETÀ DELL'ESPOENZIALE:

$$a^x a^y = a^{x+y} \quad (\text{prodotto}) , \quad (a^x)^y = a^{xy} \quad (\text{composizione}) , \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad (\text{reciproco}).$$