

Concentrazioni - 1



Una *soluzione* è un sistema omogeneo prodotto dallo scioglimento di una sostanza solida, liquida o gassosa (*soluto*), in un opportuno liquido (*solvente*).

CONCENTRAZIONE

per semplicità definiamo *concentrazione* di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto ed il peso totale della soluzione (*espressi nella stessa unità di misura*).

$$C = \frac{\text{peso del soluto}}{\text{peso della soluzione}} \quad \text{concentrazione}$$

ESEMPI (*g* = grammi)

1. sciogliendo 25 *g* di sale in 100 *g* di acqua si ottiene una soluzione con una concentrazione $C = \frac{25}{125} = 0.2$
2. su 75 *g* di soluzione sono presenti 9 *g* di soluto, $C = \frac{9}{75} = 0.12$
3. in 1000 *g* di soluzione, con concentrazione nota $C = 0.15$ sono presenti 150 *g* di soluto.

Concentrazioni - 2



- Il rapporto $C = \frac{\text{peso soluto}}{\text{peso soluzione}}$ di due grandezze della stessa specie è un *numero puro*, ossia non dipende dall'unità di misura usata per valutare le due grandezze.
- La concentrazione C calcolata negli esempi 1, 2 non cambia misurando la quantità di soluto e solvente in *kilogrammi, libbre, ...*
- Quando si ha a che fare col rapporto di grandezze omogenee si usa esprimere questo rapporto in forma di **percentuale**.
Si dice che le soluzioni degli esempi precedenti sono rispettivamente concentrate al 20%, 12% e al 15%.

NELLA REALTÀ:

- in chimica generale si utilizzano i g/L per preparare le soluzioni, ma spesso le concentrazioni sono espresse in $moli/L$
- per livelli molto bassi di concentrazione si usano unità di misura diverse (la concentrazione di un *inquinante* nel terreno andrebbe espressa ad es. in mg/Kg), si usa il *ppm (parti per milione)*

Concentrazioni - Esercizio 1



Problema 1:

Aggiungendo 50 g di soluto a una soluzione al 5% si ottiene una soluzione finale al 6%. Calcolare il peso iniziale della soluzione.

- x peso iniziale della soluzione
- $x + 50$ peso finale della soluzione
- $\frac{5}{100}x$ peso iniziale del soluto
- $\frac{5}{100}x + 50$ peso finale del soluto

La concentrazione finale è data da

$$\frac{\frac{5}{100}x + 50}{x + 50} = \frac{6}{100} \Leftrightarrow \frac{5}{100}x + 50 = \frac{6}{100}(x + 50) \Leftrightarrow 0.01x = 47 \Leftrightarrow x = 4700 \text{ g}$$

Concentrazioni - Esercizio 1



Problema 1 (soluzione alternativa):

Aggiungendo 50 g di soluto a una soluzione al 5% si ottiene una soluzione finale al 6%. Calcolare il peso iniziale della soluzione.

sia x il peso del soluto e y il peso del solvente, valgono le relazioni:

$$\frac{x}{x+y} = \frac{5}{100} \Leftrightarrow 95x - 5y = 0$$

$$\frac{x+50}{x+y+50} = \frac{6}{100} \Leftrightarrow 94x - 6y = -4700$$

risolvo per sostituzione il sistema lineare

$$\begin{cases} 95x - 5y = 0 \\ 94x - 6y = -4700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 19x \\ 94x - 114x = -4700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 235 \\ y = 4465 \end{cases}$$

Concentrazioni - Esercizio 2



Problema 2:

Aggiungendo 100 g di solvente a una soluzione al 5% si ottiene una soluzione finale al 4%. Calcolare il peso iniziale della soluzione.

- x peso iniziale della soluzione
- $x + 100$ peso finale della soluzione
- $\frac{5}{100}x$ peso iniziale e finale del soluto

l'espressione della concentrazione finale è data da

$$\frac{\frac{5}{100}x}{x + 100} = \frac{4}{100} \Leftrightarrow \frac{5}{100}x = \frac{4}{100}(x + 100) \Leftrightarrow x = 400 g$$

Concentrazioni - Esercizio 2



Problema 2 (soluzione alternativa):

Aggiungendo 100 g di solvente a una soluzione al 5% si ottiene una soluzione finale al 4%. Calcolare il peso iniziale della soluzione.

sia x il peso del soluto e y il peso del solvente, valgono le relazioni:

$$\frac{x}{x+y} = \frac{5}{100} \Leftrightarrow 95x - 5y = 0$$

$$\frac{x}{x+y+100} = \frac{4}{100} \Leftrightarrow 96x - 4y = 400$$

risolvo per sostituzione il sistema lineare

$$\begin{cases} 95x - 5y = 0 \\ 96x - 4y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 19x \\ 94x - 76x = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 380 \end{cases}$$

Concentrazioni - Esercizio 3



Problema 3:

Avendo 10 Kg di una soluzione al 30% e 20 Kg della medesima soluzione (*stesso solvente e stesso soluto*) al 10%, quanto solvente devo aggiungere alla prima e quanto soluto devo aggiungere alla seconda per renderle entrambe al 20% ?

- **soluzione nr. 1:**

La prima soluzione contiene $\frac{30}{100} \cdot 10 = 3 \text{ Kg}$ di soluto. Per diminuirne la concentrazione devo aggiungere una quantità x di solvente in modo tale che

$$\frac{3}{10 + x} = \frac{20}{100} \Leftrightarrow 300 = 200 + 20x \Leftrightarrow x = 5 \text{ Kg}$$

- **soluzione nr. 2:**

La seconda soluzione contiene $\frac{10}{100} \cdot 20 = 2 \text{ Kg}$ di soluto. Per aumentarne la concentrazione devo aggiungere una quantità y di soluto in modo tale che

$$\frac{2 + y}{20 + y} = \frac{20}{100} \Leftrightarrow 200 + 100y = 400 + 20y \Leftrightarrow y = 2.5 \text{ Kg}$$

Concentrazioni - Esercizio 4



Problema 4:

Ho 5 *Kg* di una soluzione al 10% e 10 *Kg* della medesima soluzione (*stesso solvente e stesso soluto*) al 15%, quale è la concentrazione della soluzione ottenuta mescolandole ?

- $\frac{10}{100} \cdot 5 = 0.5 \text{ Kg}$ quantità di soluto nella prima soluzione
- $\frac{15}{100} \cdot 10 = 1.5 \text{ Kg}$ quantità di soluto nella seconda soluzione
- $\left(\frac{10}{100} \cdot 5 + \frac{15}{100} \cdot 10 \right) = 2.0 \text{ Kg}$ quantità di soluto nella soluzione finale
- $5 + 10 = 15 \text{ Kg}$ peso della soluzione finale

la concentrazione finale è $\frac{2}{15} \approx 0.133$, dunque la soluzione finale è al 13.3% circa.

Concentrazioni - Esercizio 5



Problema 5:

Ho due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente, la prima al 10% e la seconda al 20%. In quali percentuali devo mescolarle per ottenere una soluzione al 12%.

Indichiamo con x la percentuale della prima soluzione. La percentuale della seconda sarà $100 - x$.

Deve valere:

$$\frac{x}{100} \cdot \frac{10}{100} + \frac{100 - x}{100} \cdot \frac{20}{100} = \frac{12}{100} \Leftrightarrow 10 \frac{x}{100} + 20 \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 12$$

$$\Leftrightarrow -10 \frac{x}{100} = -8 \Leftrightarrow x = 80\%$$

Cifre Significative e Arrotondamento



La misura sperimentale di una grandezza è inevitabilmente approssimata a causa degli errori di osservazione, dei limiti della strumentazione ... Per questo si utilizzano notazioni del tipo $a = (12.35 \pm 0.01) m$ per indicare che la misura è affetta da una *incertezza* di $1 cm$.

CIFRE SIGNIFICATIVE : in pratica si esprime una misura sperimentale (o in generale affetta da errori) riportando solo le cifre *sicure* e la prima cifra *incerta*

$$a \approx 12.35 m \quad \text{rappresentazione con 4 cifre significative}$$

TRONCAMENTO : trascurare le cifre decimali che non interessano

$$\pi = 3.141592653... \Rightarrow \pi \approx 3.14 \text{ (con 2 cifre decimali)} \quad \pi \approx 3.1415 \text{ (con 4 cifre decimali)}$$

$$e = 2.71828... \Rightarrow e \approx 2.71$$

ARROTONDAMENTO : scegliere la migliore approssimazione con numero di cifre decimali fissato

$$\pi = 3.141592653... \Rightarrow \pi \approx 3.14 \text{ (con 2 cifre decimali)} \quad \pi \approx 3.1416 \text{ (con 4 cifre decimali)}$$

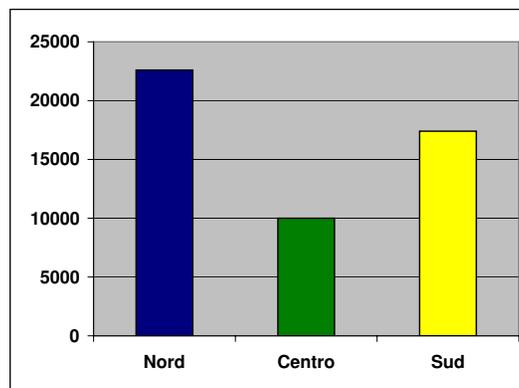
$$e = 2.71828... \Rightarrow e \approx 2.72$$

Percentuali - Esercizi - 1



La popolazione di una nazione risulta geograficamente distribuita come in tabella

area	abitanti	%
Nord	22600	45
Centro	10000	20
Sud	17400	35
totale	50000	



(istogramma - aree dei rettangoli proporzionali al numero di abitanti)

- Esprimere gli abitanti delle varie aree geografiche, in forma percentuale, arrotondata a un numero intero

$$\text{percentuale nord} = 100 \cdot (22600/50000) = 45.2 \approx 45\%$$

- Una malattia ha una prevalenza (la prevalenza di una malattia è la percentuale degli individui che sono affetti da tale malattia) dello 1% al nord, del 2% al sud ed è inesistente al centro. Calcolare la prevalenza sul totale della popolazione, arrotondata alla seconda cifra decimale:

$$\textit{prevalenza} = 100 \cdot \frac{22600 \cdot 0.01 + 17400 \cdot 0.02}{50000} = 1.148 \approx 1.15\%$$

Percentuali - Esercizi - 2



Esercizio 1 Una ditta è composta da 50 filiali. Nell'ultimo anno, il 40% delle filiali ha maturato un saldo attivo di 100 Euro, il 30% ha maturato un saldo attivo di 50 Euro e le restanti hanno riportato un passivo di 60 Euro. Qual è il saldo complessivo della ditta ?

$$\text{saldo complessivo} = 0.4 \cdot 50 \cdot 100 + 0.3 \cdot 50 \cdot 50 - 0.3 \cdot 50 \cdot 60 = 1850 \text{ Euro}$$

Esercizio 2 Una nazione è divisa in due aree geografiche: "Est" con 10 milioni di abitanti e "Ovest" con 20 milioni di abitanti. Un anno fa il reddito medio pro-capite era lo stesso nelle due aree geografiche. Nel corso dell'ultimo anno il reddito medio pro-capite degli abitanti dell'Est è cresciuto del 10%, mentre il reddito medio pro-capite della popolazione totale è cresciuto soltanto del 2%. Dire se i due dati sono compatibili e calcolare la variazione del reddito medio pro-capite degli abitanti dell'Ovest.

indicando con x la variazione di reddito a Ovest, si ha

$$\frac{1}{3} \cdot 0.10 + \frac{2}{3} \cdot x = 0.02 \Leftrightarrow x = -0.02 \Leftrightarrow \text{variazione in negativo del } 2\%$$

Percentuali - Esercizi - 3



Esercizio 3 Una ditta farmaceutica produce analgesici, anti–infiammatori ed antibiotici. Una confezione di analgesico costa alla produzione 0.5 Euro, una di anti–infiammatorio costa 1 Euro ed una di antibiotico 2 Euro. Il prezzo di vendita della confezione è di 2 Euro per gli analgesici, 3 Euro per gli anti–infiammatori ed 8 Euro per gli antibiotici. Se la produzione di analgesici è doppia di quella di anti–infiammatori e tripla rispetto a quella di antibiotici e se il 15% di analgesici, il 5% di anti–infiammatori ed il 10% di antibiotici prodotti in un anno resta invenduto, qual è il guadagno per confezione al termine dell’anno ?

Esercizio 4 Il 20% degli studenti che si presentano all’esame di matematica conosce l’enunciato del “Teorema centrale del limite”, tra quelli che conoscono l’enunciato il 30% ne conosce anche la dimostrazione. Sapendo che 3 studenti conoscono sia l’enunciato che la dimostrazione del teorema, scrivere il numero N degli studenti che si presentano all’esame di matematica.

deve valere vale la seguente relazione:

$$\frac{30}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot N = 3 \Leftrightarrow N = 50$$

Percentuali - Esercizi - 4



Esercizio 5 Un'epidemia di influenza colpisce il 40% dei bambini che non hanno ancora compiuto dieci anni e il 10% delle persone di età maggiore o uguale di dieci anni. Sapendo che si è ammalato di influenza il 20% della popolazione, calcolare la percentuale dei bambini al di sotto dei dieci anni rispetto all'intera popolazione ed esprimere il risultato sotto forma di frazione e di percentuale con una cifra decimale arrotondata.

Indichiamo con x la percentuale dei bambini sull'intera popolazione, sappiamo che è malato :

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{x}{100} + \frac{10}{100} \cdot \frac{100-x}{100} = \frac{20}{100} \text{ da cui } x = \frac{100}{30},$$

cioè la percentuale dei bambini sull'intera popolazione è il 33,3%

Esercizio 6 Un conto corrente bancario dà il 3% lordo di interesse annuo. Tali interessi sono tassati al 27%. Calcolare il rendimento netto del conto.

se C è il capitale depositato sul conto

$$\frac{3}{100} \cdot C \text{ interessi lordi} \quad \frac{27}{100} \cdot \frac{3}{100} \cdot C \text{ tasse}$$

$$\frac{3}{100} \cdot C - \frac{27}{100} \cdot \frac{3}{100} \cdot C = \left(1 - \frac{27}{100}\right) \cdot \frac{3}{100} \cdot C = \frac{73}{100} \cdot \frac{3}{100} \cdot C = \frac{2.19}{100} \cdot C$$

rendimento netto del 2.19%.