Esercizio 1

Date le funzioni $f(x) = 2x - 5$ e $g(x) = \log_e(x + 2)$

- Dire quanto vale $f(g(x))$, quale è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata.
- Dire quanto vale $g(f(x))$, quale è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata.

- $f(g(x)) =$ $f(g(x))$ è definita per........ $(f(g(x)))' =$
- $g(f(x)) =$ $g(f(x))$ è definita per........ $(g(f(x)))' =$

Esercizio 2

Studiare le funzioni:

$f(x) = |x|$ e

$$g(x) = \begin{cases} |x+1| & \text{se} \quad x \leq 0 \\ \\ x^2+1 & \text{se} \quad x > 0 \end{cases}$$

Esercizio 3

Date le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2x - 1$

- Dire quanto vale $f(g(x))$, quale è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata.
- Dire quanto vale $g(f(x))$, quale è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata,
- Disegnare un grafico qualitativo delle due funzioni.

Esercizio 4

Dire per quale valore del parametro k la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + k & se \quad x \leq 0 \\ e^x - k & se \quad x > 0 \end{cases}$$

è continua in tutto il suo insieme di definizione;

per tale valore del parametro disegnare il grafico della funzione;

trovare i punti di massimo (x_M) e minimo (x_m) assoluti con i rispettivi valori massimo (M) e minimo (m) della funzione nell'intervallo $[-2, 2]$.

SOLUZIONE : La funzione è continua per $k = 1 - k$ cioè per $k = \frac{1}{2}$. Per tale valore di k il limite del rapporto incrementale destro in 0 vale 1 mentre il limite del rapporto incrementale sinistro vale 2 quindi la funzione non è derivabile.

Per $x < 0$ la derivata della funzione vale $2x + 2$ e quindi si annulla per $x = -1$, per $x > 0$ la derivata della funzione vale e^x che non si annulla mai. Quindi i candidati massimi e minimi nell'intervallo $[-2, 2]$ sono:$\{-2, 2, -1, 0\}$. Calcoliamo i rispettivi valori: $f(-2) = \frac{1}{2}$, $f(-1) = -\frac{1}{2}$, $f(0) = \frac{1}{2}$, $f(2) = e^2 - \frac{1}{2}$, quindi $x_M = 2$, $x_m = -1$, $M = e^2 - \frac{1}{2}$, $m = -\frac{1}{2}$.

Esercizio 5

Date le funzioni $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ e $g(x) = 2x - 1$

- Dire quanto vale $f(g(x))$.
- Dire quanto vale $g(f(x))$,
- disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$, di $g(x)$, di $f(g(x))$ e di $g(f(x))$

Esercizio 6

data la funzione:

$$g(x) = \begin{cases} e^x & \text{se} \quad x \geq 0 \\ \\ x^2 + 1 & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$$

Studiare derivabilità e continuità della funzione.

Esercizio 7

1)Calcolare il coefficiente angolare m_1 della retta tangente al grafico della funzione

$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\cos x}$ nel punto $x = 0$.

2)Risolvere lo stesso problema calcolando il coefficiente angolare m_2 della tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{e^{x^2}}{x}$ nel punto $x = 1$.

Esercizio 8

Calcolare le derivate prime delle seguenti funzioni:

$f(x) = \mathrm{e}^{\cos x}$;

$g(x) = x^3 \sin x$;

$h(x) = x^4 - x^3 + 7x$.

Esercizio 9

Date le funzioni $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = \log_e |x|$

- Dire quanto vale $f(g(x))$, quale è il suo insieme di definizione e disegnarne un grafico qualitativo.
- Dire quanto vale $g(f(x))$, quale è il suo insieme di definizione e quanto vale la sua derivata nel punto $x = 3$.

- $f(g(x)) =$ $f(g(x))$ è definita per........ $=$
- $g(f(x)) =$ $g(f(x))$ è definita per........ $(g(f(3)))' =$

Esercizio 10

1)Calcolare il coefficiente angolare m_1 della retta tangente al grafico della funzione

$f(x) = e^{2x-1} + \cos x$ nel punto $x = 0$.

2)Risolvere lo stesso problema calcolando il coefficiente angolare m_2 della tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{x^2+1}{\log(1+x)}$ nel punto $x = 1$.

1. m_1=
2. m_2=