Rette 1

- nel piano cartesiano ogni equazione di primo grado

$$a\ x + b\ y + c = 0$$

con a e b non contemporaneamente nulli, rappresenta una retta e viceversa ogni retta può essere descritta con un'equazione di questo tipo.

- due equazioni con coefficienti a, b, c *proporzionali* rappresentano la medesima retta, ad esempio:

$$2\ x + y + 5 = 0 \quad \text{e} \quad 6\ x + 3\ y + 15 = 0$$

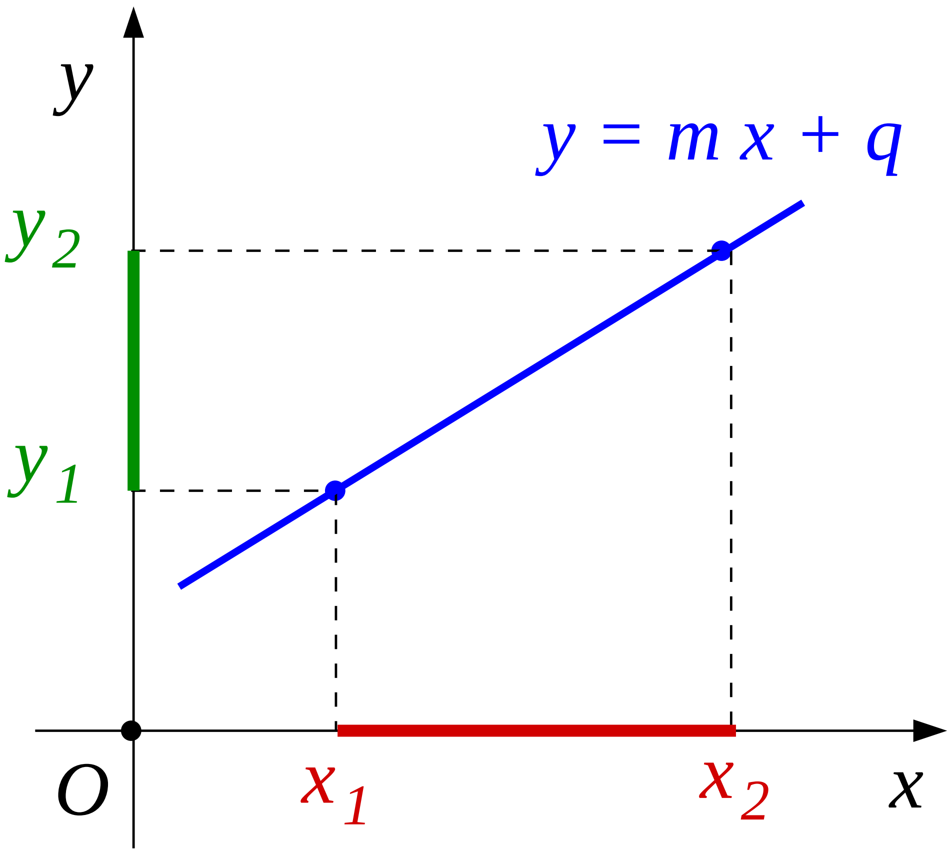
- CASI PARTICOLARI:

1. $a = 0 \quad : \quad b\ y + c = 0$ rappresenta una retta *orizzontale*
2. $b = 0 \quad : \quad a\ x + c = 0$ rappresenta una retta *verticale*

Rette 2

- se $b \neq 0$ l'equazione della retta può essere riscritta, risolvendo rispetto ad y
$$y = mx + q \quad \text{dove} \quad m = -\frac{a}{b}\ ,\ q = -\frac{c}{b}$$
- m si chiama coefficiente angolare, rappresenta la *pendenza*
- q rappresenta l'ordinata dell'intersezione con l'asse verticale y
- CONSIDERAZIONI:
  1. una retta (con $b \neq 0$ passa per l'origine $O = (0, 0)$ se e solo se $q = 0$
  2. due rette di equazioni $y = mx + q$ e $y = m^*x + q^*$ sono *parallele* se e solo se $m^* = m$
  3. due rette di equazioni $y = mx + q$ e $y = m^*x + q^*$ sono *perpendicolari* se e solo se $m^* = -\dfrac{1}{m}$

Rette 3



$$y_1 = mx_1 + q$$
$$y_2 = mx_2 + q$$

sottraendo membro a membro

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

$$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \forall\ x_1,\ x_2$$

Rette 4

- RETTA PER DUE PUNTI: l'equazione della retta passante per due punti assegnati $P = (x_1, y_1)$ e $Q = (x_2, y_2)$ può essere scritta

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad , \quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

- EQUAZIONE PARAMETRICA: consiste nell'esprimere x e y come funzioni di una variabile ausiliaria t (*parametro*)

$$\begin{cases} x = x_0 + \alpha\ t \\ y = y_0 + \beta\ t \end{cases}$$

descrive il moto di un punto, che percorre una retta con velocità uniforme e che all'istante $t = 0$ si trova in $P_0 = (x_0, y_0)$

Esercizi Rette - 1

1. equazione generale di una retta, non parallela all'asse y

   $y = m\,x + q$

   m coefficiente angolare (slope)

   q intersezione con asse y (intercept)

2. le rette parallele all'asse y sono tutte della forma

   $x = k$

3. equazione della retta passante per due punti:

   $P_1 = (x_1, y_1), P_2 = (x_2, y_2)$

   $$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Esercizi Rette - 2

ESERCIZIO 1

Scrivere l'equazione della retta passante per $P = (5, -1)$ e $Q = (5, 2)$.

SOLUZIONE:

P e Q hanno la stessa ascissa 5. Retta verticale $x = 5$.

ESERCIZIO 2

Scrivere l'equazione della retta passante per $P = (3, 1)$ e $Q = (\sqrt{2}, 1)$.

SOLUZIONE:

P e Q hanno la stessa ordinata 1. Retta orizzontale $y = 1$.

ESERCIZIO 3

Scrivere l'equazione della retta passante per $P = (0, 1)$ e $Q = (-1, 2)$.

SOLUZIONE:

$$\frac{y-1}{2-1} = \frac{x-0}{-1-0} \quad \Rightarrow \quad y = -x + 1$$

ESERCIZIO 4

Scrivere l'equazione della retta passante per $P = (-1, 2)$ con coefficiente angolare $m = \dfrac{1}{2}$

SOLUZIONE:

L'equazione è della forma $y = \frac{1}{2}x + q$.

Imponendo il passaggio per il punto P si ottiene

$$2 = -\frac{1}{2} + q \Rightarrow q = \frac{5}{2}.$$

L'equazione della retta è $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{2}$.

ESERCIZIO 5

Scrivere l'equazione della retta che interseca l'asse delle ascisse in $x = 5$ e l'asse delle ordinate in $y = -1$.

SOLUZIONE:

La seconda ipotesi implica che $q = -1$. Dunque l'equazione della retta è della forma $y = mx - 1$.

Impongo il passaggio per il punto $A = (5, 0)$, che è l'intersezione con l'asse delle ascisse: $0 = m \cdot 5 - 1 \Rightarrow 5 \cdot m = 1 \Rightarrow m = \dfrac{1}{5}$.

L'equazione della retta è $\quad y = \dfrac{1}{5}x - 1.$

ESERCIZIO 6

Scrivere l'equazione della retta che interseca l'asse delle ordinate in $y = 5$, parallela alla retta $y = 3x - 7$.

SOLUZIONE:

Dalle ipotesi si ricava $q = 5$ e $m = 3$. Quindi l'equazione della retta cercata sarà $y = 3x + 5$.

ESERCIZIO 7

Scrivere l'equazione della retta che ha coefficiente angolare $m = 7$ e che interseca l'asse x nel punto di ascissa $x = -1$.

SOLUZIONE: $y = 7\,x + 7$

ESERCIZIO 8

Scrivere l'equazione della retta che ha coefficiente angolare $m = \dfrac{2}{5}$ e che interseca l'asse y nel punto di ascissa $y = 2$.

SOLUZIONE: $y = \dfrac{2}{5}x + 2$

ESERCIZIO 9

Scrivere l'equazione della retta che interseca l'asse x nel punto di ascissa $x = 5$ e l'asse y nel punto $y = -1$.

SOLUZIONE: $y = \dfrac{1}{5}x - 1$