

0.1 Calcolo dell'inversa di una matrice

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 11 \end{pmatrix} & A^{-1} &:= \begin{pmatrix} 11 & -8 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \\ A &= \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 9 & 11 \end{pmatrix} & A^{-1} &= \begin{pmatrix} -11 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \\ A &= \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} & A^{-1} &= \begin{pmatrix} -9 & 7 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \\ A &= \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 11 & 6 \end{pmatrix} & A^{-1} &= \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 11 & -9 \end{pmatrix} \\ A &= \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & A^{-1} &= \begin{pmatrix} 1/2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A &= \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & A &\text{ non è invertibile.} \\ A &= \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & A^{-1} &= \begin{pmatrix} 1/2 & -1 & 1 \\ 0 & 1/2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A &= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} & A^{-1} &= \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

0.2 Riflessioni nel piano rispetto a una retta

Riflessione rispetto alla retta $y = \operatorname{tg}(\pi/3)x = \sqrt{3}x$. Allora $\theta = 2\pi/3$. La matrice è

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}.$$

Calcoliamo la riflessione rispetto alla retta $y = -\sqrt{3}x = \tan(2\pi/3)x$. Allora

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} \\ B &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Se compongo BA cosa trovo?

$$BA = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}.$$

Questa è la rotazione di $2\pi/3$.

Più in generale

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad S_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & \operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

R_θ è la rotazione in senso orario di angolo θ . Invece S_θ è la simmetria (o riflessione) rispetto alla retta $y = \operatorname{tg}(\theta/2)x$. Vale

$$R_\alpha R_\beta = R_{\alpha+\beta}, \quad S_\alpha S_\beta = R_{\alpha-\beta}.$$