

Corso di Algebra lineare (e geometria) - a.a. 2010-2011

Esercizi 7

1. Sia Π il piano in \mathbb{R}^3 di equazione $x - y + 2z = 1$. In ognuno dei seguenti casi dire se il piano Λ interseca Π , e in questo caso dare una rappresentazione parametrica dell'intersezione.

(a) equazione di Λ : $2x - 3y + z = 2$;

(b) equazione di Λ : $-2x + 2y - 4z = 3$;

(c) equazione di Λ : $x + y + z = -1$.

2. Sia R la retta in \mathbb{R}^3 con rappresentazione parametrica

$$t \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Per ognuno dei piani Λ dell'esercizio precedente dire se R interseca Λ , e in caso affermativo trovare i punti di intersezione.

3. Scrivere equazioni cartesiane per la retta R dell'esercizio 2; in altre parole, trovare le equazioni di due piani la cui intersezione sia R .

4. Sia R la retta dell'esercizio 2, e sia L la retta con rappresentazione parametrica $t \rightarrow p + tv$. In ognuno dei seguenti casi dire se L è sghemba, parallela o incidente a R e in quest'ultimo caso trovare il punto di intersezione.

(a) $p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

(b) $p = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

(c) $p = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

5. Trovare tutti i piani passanti per i punti p_1, p_2, p_3 di \mathbb{R}^3 , in ognuno dei seguenti casi:

(a) $p_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $p_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b) $p_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $p_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

6. In ognuno dei seguenti casi trovare una rappresentazione parametrica per l'intersezione dei piani Π e Λ in \mathbb{R}^4 :

(a) equazioni di Π :

$$\begin{cases} x + y + z + w = 1 \\ x - z - w = 2 \end{cases}$$

equazioni di Λ :

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y + z - w = 1 \end{cases}$$

(b) Π come sopra; equazioni di Λ :

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y + z - w = 1 \end{cases}$$