

Corso di Algebra lineare (e geometria) - a.a. 2010-2011

Esercizi 5

1. Trovare matrici $n \times n$ non nulle A e B tali che $AB = 0$. Mostrare che $\text{rango}(A) + \text{rango}(B) \leq n$, e trovare un esempio in cui vale l'uguaglianza.

2. Usando operazioni elementari per righe ridurre in forma a scaletta le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Ove possibile risolvere, usando l'eliminazione Gaussiana, i seguenti sistemi:

(a)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -2 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -2 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Usando operazioni elementari per righe trovare, quando possibile, le inverse delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$