Corso di Algebra lineare (e geometria) - a.a. 2010-2011

Esercizi 4

1. Verificare l'associatività del prodotto di matrici ABC nei seguenti casi:

   (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 7 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

   (b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

2. Siano v_1, v_2, v_3 elementi di $\mathbb{R}^3$, e sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una applicazione lineare. In ognuno dei seguenti casi mostrare che v_1, v_2, v_3 è una base ed esprimere φ come combinazione lineare degli elementi della base duale v_1^*, v_2^*, v_3^*.

   (a) $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \varphi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 3x - 2y - z$

   (b) $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \varphi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -x + 4y + 3z$