Corso di Algebra lineare - a.a. 2011-2012
Prova scritta del 18.09.2012

Compito **A**

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Si consideri la retta r di equazione $x - 2 = y - 2 = z - 2$.

1. Si determini un'equazione cartesiana per il piano π ortogonale a r e passante per il punto P di coordinate $(1, 1, 1)$.
2. Si calcoli la distanza del punto Q di coordinate $(0, 3, 0)$ dal piano π.
3. Si calcoli la distanza del punto Q dalla retta r.

Punti (2+2+2)

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema dipendente dal paramentro $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x_1 + 2kx_2 + 3kx_3 &= k \\ x_1 + 4kx_2 + 6kx_3 &= k^2 \\ x_1 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

1. Determinare per quali valori di k il sistema ammette una sola soluzione.
2. Determinare per quali valori di k il sistema ammette infinite soluzioni e per tali valori risolvere il sistema.

Punti (3+4)

Esercizio 3. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tale che
$F_t(1, t, 1) = (-1, -t, -1)$, $F_t(-1, -1, 1) = (1, 1, -t)$, $F_t(1, 0, -1) = (-t, 0, t)$.

1. Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$.
2. Dire per quali valore del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile sui reali.
3. Calcolare autovalori e autovettori di A_0.
4. Calcolare la segnatura di ${}^tA_0 + A_0$.

Punti (3+5+3+3)

Esercizio 4. Sia A una matrice reale di ordine 3 simmetrica tale che la traccia di A sia 9 e il suo determinate 11 e I la matrice identità.
Vero o Falso:

1. A può avere segnatura $(1, 2)$;
2. $\det A + 3I \neq 0$;
3. $A - 2I$ può essere definita positiva.

Punti (1+1+1)